МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. М. К. ЯНГЕЛЯ

# ПРОБЛЕМЫ БИОНИКИ

---

Республиканский
междуведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1968 г.

ВЫПУСК 40



ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1988

Сборник посвящен математическому описанию психической деятельности человека. Приведены результаты бионических исследований. Рассмотрены методы моделирования и математические средства психологической бионики. Освещены результаты моделирования функций естественного языка, речи и зрения. Предложены новые методы и подходы обработки уравнений булевой алгебры и упрощения булевых функций.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1988 г.

Для научных работников и специалистов.



Адрес редакционной коллегии: 310141 Харьков, просп. Ленина, 14, Институт радиоэлектроники, тел. 40-94-46

Редакция литературы по естественным наукам и филологии
Зав. редакцией *Е. П. Иващенко*

П $\frac{1502000000-037}{М226(04)-88}$ КУ 1—626—88

УДК 62—5 : 618.1.01.

А. Д. ЗАКРЕВСКИЙ, чл.-кор. АН БССР

# ДИЗЪЮНКТИВНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ

Широкое применение в различных областях науки и техники находят конечные предикаты, определяемые следующим образом. Задается набор переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, принимающих значения соответственно из множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$ $(A_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{im_i}\}, i = \overline{1, n})$. Прямое произведение этих множеств $A_1 \times A_2 \ldots \times A_n$ образует пространство $M$. Отображение $M$ в двухэлементное множество $\{0,1\}$ называется конечным предикатом $\varphi : M \rightarrow \{0,1\}$.

При решении многих задач, связанных с использованием конечных предикатов, последние целесообразно представлять по возможности в более компактной форме. Здесь можно использовать опыт теории булевых функций, наиболее развитой применительно к тому случаю, когда рассматриваемые функции представляются в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Именно для этой формы разработаны наиболее эффективные методы минимизации булевых функций и решения логических уравнений. Разумно обобщить эти методы на конечные предикаты.

Ранее разработан аппарат ДНФ конечных предикатов, в основу которого положено определение элементарной конъюнкции как конъюнкции выражений типа $x_i^{a_{ij}}$, интерпретируемых как высказывания «переменная $x_i$ имеет значение $a_{ij}$» [1]. При этом все $x_i$ должны быть различны. С помощью названного аппарата успешно решается ряд задач эквивалентного преобразования и упрощения конечных предикатов, а также предикатных уравнений. Однако возникают и некоторые затруднения, связанные с утратой характерной для булевой алгебры симметрии между ДНФ и КНФ (конъюнктивной нормальной формой). Асимметрия следует из того, что элементарная дизъюнкция определяется в [1] по необходимости как такая дизъюнкция выражений $x_i^{a_{ij}}$, в которой $x_i$ могут повторяться.

В связи с этим в настоящей статье предлагается другой вариант определения базисных понятий. В нем сохраняется симметрия элементарных конъюнкции и дизъюнкции, ДНФ и КНФ, в результате чего методы эквивалентных преобразований ДНФ, развитые в теории булевых функций, получают естественное обобщение на случай конечных предикатов.

Придерживаясь традиции, положим, что элементарная конъюнкция представляет характеристическую функцию некоторого интервала $I$ пространства $M$, а интервал — прямое произведение непустых подмножеств $\alpha_i$, взятых по одному из каждого $A_i$: $I = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \ldots \times \alpha_n$, $\alpha_i \subseteq A_i$, $\alpha_i \neq \varnothing$, $i = \overline{1, n}$.

Тогда элементарная конъюнкция представляется выражением $k = (x_1 \in \alpha_1) \wedge (x_2 \in \alpha_2) \wedge \ldots \wedge (x_n \in \alpha_n)$ и определяется как конъюнкция произвольных, но отличных от нуля одноместных предикатов $x_i \in \alpha_i$ ($x_i$ принимает значение из $\alpha_i$, где $\alpha_i$ — константа)*. При этом сомножители, для которых $\alpha_i = A_i$ (в этом случае предикат $x_i \in \alpha_i$ становится тождественно истинным), могут быть опущены.

Нетрудно убедиться в том, что в вырожденном случае при $m = 2$ для всех $i = \overline{1, n}$ это определение совпадает с определением элементарной конъюнкции в булевой алгебре.

При рассмотрении конечных предикатов с маломощными множествами $\alpha_i$ последние можно задавать непосредственным перечислением элементов, а выражения элементарных конъюнкций в целом несколько упрощать, заменяя, например, формулу $(x_1 \in \{1, 3, 4\}) \wedge (x_2 \in \in \{1\})$ на $(x_1 = 1, 3, 4)$ $(x_2 = 1)$.

Элементарную дизъюнкцию определим аналогичным образом — как дизъюнкцию одноместных предикатов, отличных от единицы:

$$\alpha = (x_1 \in \alpha_1) \vee (x_2 \in \alpha_2) \vee \ldots \vee (x_n \in \alpha_n), \quad \alpha_i \subset A_i, \quad \alpha_i \neq A_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

При $\alpha_i = \varnothing$ член $x_i \in \alpha_i$ в выражении элементарной дизъюнкции можно опускать, как представляющий тождественно ложное высказывание.

Легко прослеживается связь между этими двумя типами термов: любая элементарная дизъюнкция представляет отрицание некоторой элементарной конъюнкции. Действительно, если $k = V (x_i \in \alpha_i)$, то $d = \bar{k} = \wedge (x_i \notin \alpha_i)$, а $x_i \notin \alpha_i = x_i \in \bar{\alpha}_i = x_i \in A_i \diagdown \alpha_i$ и т. д.

ДНФ и КНФ определяются стандартным образом: $D = V k_i$, $K = \wedge d i$.

Множество всех КНФ изоморфно множеству всех ДНФ: все $D$ и $K$ можно разбить на пары, связанные отношением $K = \bar{D}$.

Характеристические функции элементов пространства $M$ естественно представляются в форме полных элементарных конъюнкций, т. е. таких элементарных конъюнкций, в которых все множества $\alpha_i$ одноэлементны: $|\alpha_i| = 1$ для всех $i = \overline{1, n}$. ДНФ, составленная из полных элементарных конъюнкций, называется совершенной (СДНФ). Число ее членов равно мощности характеристического множества $M_\varphi$ предиката $\varphi$, представляемого данной СДНФ.

Под минимизацией предиката понимается поиск его наиболее компактного описания. При этом во многих случаях можно ограничиться нахождением ДНФ с минимальным числом членов — кратчайшей ДНФ, представляющей предикат, заданный в некоторой исходной форме.

Эту задачу можно сформулировать как задачу нахождения кратчайшего минорного покрытия $n$-мерной булевой матрицы. Для вырожденного случая при $n = 2$ эта задача была рассмотрена в [2, с. 123].

---

* Заметим, что данное определение сохраняет свою силу и для предикатов более общего вида. Например, в случае предикатов с вещественными переменными одноместными предикатами могут служить выражения типа $x_i > c_i$ с константой $c_i$ и т. п.

Например, пусть задан в матричной форме двуместный предикат $\varphi(a, b)$ с аргументами $a$ и $b$, принимающими соответственно значения из множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$\begin{array}{c|ccccc} a \diagdown b & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1. \end{array}$$

Для этого примера решение находится без большого труда — путем мысленного покрытия матричного изображения предиката тремя минорами

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

и представления полученного результата в алгебраической форме: $\varphi = (a = 1,2)\ (b = 1,2) \vee (a = 1,4)\ (b = 1, 3, 5) \vee (a = 2,3)\ \ (b = 2,4)$.

Однако с ростом размеров матрицы задача становится труднее, а при $n > 2$ существенно усложняется — к многомерным матрицам визуальные методы практически неприменимы.

*Векторные представления.* При ориентации на ЭВМ — а их применение для решения задач с конечными предикатами еще более насущно, чем при работе с булевыми функциями — целесообразно перейти к языку булевых векторов и матриц, непосредственно представимых в машине.

Будем задавать элементарные конъюнкции и соответствующие им интервалы секционированными булевыми векторами, отмечая единицами в соответствующих секциях элементы множеств $\alpha_i$.

Например, при $n = 3$, $m_1 = 3$, $m_2 = 2$ и $m_3 = 4$ интервал $\{1\} \times \times \{1,2\} \times \{2,3\}$ и соответствующая ему элементарная конъюнкция $(x_1 = 1)\ (x_3 = 2,3)$ представляются вектором $100 \cdot 11 \cdot 0110$.

Очевидно, что при таком представлении в каждой секции должно быть не менее одной единицы (будем говорить в этом случае, что секции не пусты).

Аналогично будем представлять элементарные дизъюнкции— только в этом случае в каждой секции должен быть по крайней мере один нуль.

Обозначим через $u$, $v$, $w$ некоторые произвольные элементарные конъюнкции, а через $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$— представляющие их секционированные булевы векторы. Установим следующие связи отношений между $u$, $v$, $w$ с соответствующими отношениями между $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, где они выполняются покомпонентно ($\leftrightarrow$ — символ равносильности): 1) $u = v \leftrightarrow \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v}$, 2) $u \Rightarrow v$ (т. е. $u = u \wedge v) \leftrightarrow \boldsymbol{u} \leqslant \boldsymbol{v}$, 3) $w = u \wedge v \leftrightarrow \boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ — если $u \wedge v = 0$, то $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ содержит пустые секции.

ДНФ $D$ в целом будем представлять секционированной булевой матрицей $\boldsymbol{D}$, составленной из векторов-строк, задающих отдельные элементарные конъюнкции. Так, рассмотренный выше пример удобно преобразовать к следующему виду:

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} a & b \\ 1\,2\,3\,4 & 1\,2\,3\,4\,5 \end{array} \\
\boldsymbol{D} = & \left|\begin{array}{cccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right| .
\end{array}
$$

Простейшие методы упрощения булевых функций носят локальный характер и заключаются в последовательном анализе пар членов ДНФ и выполнении, если это окажется возможным, операций склеивания и поглощения. Обобщим эти операции для конечных предикатов, рассматривая некоторую пару элементарных конъюнкций $u$ и $v$, входящих в ДНФ $D$, и представляющие их вектор-строки $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ матрицы $\boldsymbol{D}$.

*Поглощение*: Если $\boldsymbol{u} \leqslant \boldsymbol{v}$, то будем говорить, что $\boldsymbol{v}$ поглощает $\boldsymbol{u}$. В этом случае вектор-строку $u$ можно удалить из матрицы $\boldsymbol{D}$.

*Склеивание*: Если векторы $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ совпадают во всех секциях, кроме одной, и несравнимы, т. е. не находятся в отношении поглощения, то будем говорить, что они соседние. В этом случае их можно заменить в матрице $\boldsymbol{D}$ продуктом склеивания — строкой $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \vee \boldsymbol{v}$ (поскольку $w = u \vee v$).

Несколько более сложные способы упрощения связываются с использованием операции обобщенного склеивания, применимой в том случае, когда $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ смежны по некоторой секции. Последнее означает, что в этой секции значения векторов $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ несравнимы, а в остальных — неортогональны (поразрядная конъюнкция векторов в каждой из этих секций отлична от нуля).

*Обобщенное склеивание*: Продуктом обобщенного склеивания векторов $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ по некоторой секции служит вектор $\boldsymbol{w}$, равный вектору $\boldsymbol{u} \vee \boldsymbol{v}$ в данной секции, и вектору $\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}$ — в остальных секциях. Этот продукт представляет элементарную конъюнкцию $w$, для которой выполняется отношение $w \Rightarrow u \vee v$, но не выполняются отношения $w \Rightarrow u$ и $w \Rightarrow v$.

Например, если $\boldsymbol{u} = 1100 \cdot 01 \cdot 011$, $\boldsymbol{v} = 0110 \cdot 11 \cdot 101$, то обобщенное склеивание возможно по первой или третьей секции — получаются следующие продукты: $\boldsymbol{w}_1 = 1110 \cdot 01 \cdot 001$, $w_3 = 0100 \times$ $\times\ 01 \cdot 111$.

При упрощении матрицы $\boldsymbol{D}$ возможны различные тактики. Иногда целесообразно удалить из матрицы некоторую строку, если она является продуктом обобщенного склеивания двух других. А в других случаях удобно, напротив, ввести в матрицу продукт обобщенного склеивания некоторых двух строк с тем, чтобы использовать его, например, для поглощения третьей....

Естественно, что методы локального упрощения ограничены. В более эффективных методах минимизации учитывается возможность поглощения некоторых из членов ДНФ всей совокупностью остальных. Поиск такой возможности опирается на проверку отношения типа $\boldsymbol{k} \Rightarrow \boldsymbol{D}$.

По определению формальная импликация $k \Rightarrow D$ имеет место, если любой набор значений аргументов, на котором равна единице элементарная конъюнкция $k$, обращает в единицу и ДНФ $D$. Отсюда следует, что $D$ должна быть тождественно равна 1 на интервале, соответствующем конъюнкции $k$.

Обозначим через $D : k$ ДНФ, заданную на пространстве, получаемом из $M$ сокращением множеств $A_i$ — они заменяются соответственно на множества $\alpha_i$, фигурирующие в элементарной конъюнкции $k$,— и совпадающую с $D$ на элементах этой области.

**Теорема 1.** *Отношение $k \Rightarrow D$ равносильно отношению $D : k = 1$.*

ДНФ $D : k$ легко получить, пользуясь векторно-матричным представлением. Обозначим соответствующую операцию как $\boldsymbol{D} : \boldsymbol{k}$, ее результатом служит минор матрицы $\boldsymbol{D}$, образуемый пересечением столбцов, в которых $\boldsymbol{k}$ имеет значение 1, со строками, не содержащими в миноре пустых секций.

Таким образом, проверка отношения $k \Rightarrow D$ сводится к проверке тождественной истинности ДНФ, задаваемой секционированной булевой матрицей $\boldsymbol{D} : \boldsymbol{k}$.

Известно, что к проверке отношения $k \Rightarrow D$ сводится анализ возможности удаления конъюнкции $k$ из ДНФ $D^* = D \vee k$. Пусть, например,

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc|cccc|ccc} & a & & & b & & & & c & \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \boldsymbol{D}^* = & \left[\begin{array}{ccc|cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3. \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array}$$

Посмотрим, нельзя ли упростить эту матрицу, удалив из нее первую строку. Матрица

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{c|cc|cc} a & & b & & c \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 3 \end{array} \\ \boldsymbol{D} : \boldsymbol{k} = & \left[\begin{array}{c|cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array}$$

представляет тождественно истинный предикат, следовательно, данное упрощение возможно.

*Задача о выполнимости.* Из рассмотренного примера видно, что получение матрицы $\boldsymbol{D} : \boldsymbol{k}$ несложно и сводится к удалению некоторых, легко выявляемых строк и столбцов в матрице $\boldsymbol{D}$. Значительно сложнее решить вторую часть задачи — проверить отношение $\boldsymbol{D} : \boldsymbol{k} = 1$.

Проверка тождественной истинности некоторой ДНФ $D$ является трудной комбинаторной задачей, к которой сводится ряд проблем, возникающих при минимизации конечных предикатов и решении предикатных уравнений. В теории булевых функций аналогичная задача более известна как задача о выполнимости КНФ. Действительно, если $K = \overline{D}$ и $D = 1$, то $K = 0$, т. е. КНФ $K$ невыполнима. И в таком виде она служит своеобразным эталоном в теории сложности комбинаторных задач [3, с. 446].

Обозначим через $\bar{D}$ (или $\neg D$) матрицу, получаемую из $D$ поэлементным инверсированием, а через $K$ — матрицу КНФ, строки в которой интерпретируются как элементарные дизъюнкции.

**Теорема 2.** *Отношения* $K \Rightarrow \bar{D}$ *и* $K = \bar{D}$ *равносильны. Например, если* $K = \bar{D}$ и

$$D = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccc|ccccc} & & a & & & & b & & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$
$$D = \left[\begin{array}{cccc|ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right],$$

*то*

$$\begin{array}{cccc|ccccc} & & a & & & & b & & \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array}$$
$$K = \left[\begin{array}{cccc|ccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

Назовем покрытием секционированной булевой матрицы ее столбцовый минор, содержащий ровно по одному столбцу из каждой секции и не содержащий пустых строк. Например, минор, составленный из столбцов $a_4$ и $b_4$, является покрытием матрицы $K$, а из $a_1$ и $b_5$ — не является.

**Теорема 3.** *КНФ $K$ выполнима, если и только если существует покрытие для матрицы* $K$.

Действительно, КНФ $K$ принимает значение 1 на наборе значений аргументов, соответствующем покрытию матрицы $K$, поскольку каждая элементарная дизъюнкция, входящая в состав рассматриваемой КНФ, обращается на этом наборе в единицу.

Следствие. *ДНФ $D$ принимает значение* 0 *на наборе, соответствующем покрытию матрицы* $\bar{D}$.

Таким образом, проверка выполнимости КНФ $K$ конечного предиката сводится к поиску одного из покрытий (неважно, какого именно) для секционированной булевой матрицы $K$. Задача эта может рассматриваться как обобщение задачи о выполнимости КНФ в булевой алгебре.

Решение этой задачи в общем случае сопряжено с неизбежным перебором, который можно значительно сократить, пользуясь методом обхода дерева поиска [2, гл. 2]. Напомним, что этот метод опирается на правила редуцирования текущих ситуаций и их расщепления, а также на правила возврата, нахождения решения или прекращения поиска. Ограничимся здесь формулировкой правил редукции, поскольку остальные мало отличаются от описанных в работе [2].

*Правила редукции* (через $u$, $v$ обозначаются некоторые строки матрицы $K$, через $p$, $q$ — ее столбцы):

1. Если $u \geqslant v$, то строка $u$ удаляется.

2. Если $p \geqslant q$, причем столбцы $p$ и $q$ принадлежат одной секции, то $q$ удаляется.

3. Если в строке $u$ существует полная (без нулей) секция, то $u$ удаляется.

4. Если существует строка, содержащая единицы лишь в одной секции, то все столбцы с нулями в этой секции данной строки удаляются.

5. Если столбец $p$ пустой (без единиц), то он удаляется.

Заметим, что последнее правило не перекрывается вторым, так как в процессе редуцирования может появиться одностолбцовая секция.

Интересно обобщение известного результата о сводимости задачи о выполнимости произвольной КНФ булевой функции к аналогичной задаче для КНФ, в которой ранги дизъюнкций не превышают трех. В случае конечных предикатов (где ранг элементарной дизъюнкции определяется как число образующих ее утверждений $x_i \in \alpha_i$, в которых $\alpha_i \neq \varnothing$) справедливо следующее утверждение, которое может показаться более сильным.

**Теорема 4.** *ДНФ $K$ выполнима, если и только если выполнима КНФ $K^*$, получаемая из $K$ заменой каждой элементарной дизъюнкции $\alpha_i$ ранга $r_i$ (если $r_i > 2$) серией из $r_i$ элементарных дизъюнкций ранга 2, у которых первыми членами служат различные члены дизъюнкции $d_i$, а вторыми — выражения $y_i = b_{ij}$, где $y_i$ — дополнительная переменная, соответствующая дизъюнкции $d_i$, а $b_{ij}$ — ее различные значения.*

Например, элементарная дизъюнкция $(x_1 = 1,2) \vee (x_2 = 4) \vee \vee (x_5 = 2,5)$ заменяется по данному в теореме правилу следующими тремя: $(x_1 = 1,2) \vee (y_1 = 1)$, $(x_2 = 4) \vee (y_1 = 2)$, $(x_5 = 2,5) \vee (y_1 = 3)$.

**Список литературы**: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства — Х., 1984.— 144 с. 2. *Закревский А. Д.* Логический синтез каскадных схем.— М., 1981.— 416 с. 3. *Рейнгольд Э.* и др. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део.— М., 1980.— 476 с.

*Поступила в редколлегию 12.11.86*

УДК 510.62

*Д. Э. СИТНИКОВ, Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО*, д-р техн. наук

## О РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ

Аксиомам булевой алгебры удовлетворяют некоторые математические структуры, имеющие большое значение для теории интеллекта. К таким структурам относятся, например, алгебра логики, алгебра множеств, алгебра конечных предикатов [1]. Часто зависимости между элементами булевой алгебры удается описать уравнением или системой уравнений, причем уравнение (или уравнения) может содержать как неизвестные элементы (переменные), так и известные (параметры). Интересно выяснить, при каких условиях уравнение (или система уравнений) имеет решение, а также условия, при которых это решение единственно. Наконец, необходимо уметь находить решение уравнения (или системы уравнений). В работе [2] рассмотрено решение уравнений алгебры множеств средствами теории интеллекта.

Например, дана система уравнений: $A \cap X = B$, $A \cup X = C$, где $A$, $B$, $C$ — данные множества. Требуется найти условия для $A$, $B$, $C$, при которых эта система имеет единственное решение, и записать это решение (выразить множество $X$ через множества $A$, $B$, и $C$). Данная система уравнений записывается на языке алгебры конечных предикатов, с помощью которого выясняется, что для существования единственного решения такой системы необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие $B \subseteq A \subseteq C$. Далее выясняется, что множество $X$ можно представить, например, так $X = (C \setminus A) \cup B$.

Однако приведенный в [2] метод решения действует лишь применительно к алгебре множеств, причем множества могут быть только конечными. Кроме того, при невыполнении условий единственности решения найти *все* решения данного уравнения или системы уравнений, перебрать все решения порой просто невозможно, так как число их бесконечно или очень велико. Однако хотелось бы иметь возможность изучать эти решения, выбирать из них оптимальные (для конкретных задач), рассматривать структуру этих решений подобно тому, как в теории дифференциальных уравнений рассматривается структура множества решений дифференциального уравнения, несмотря на то, что это множество может быть бесконечным. Как будет показано дальше, можно находить *все* решения булевых уравнений, не перебирая их по одному, а *описывая* формулами так, что из этих формул можно получить все решения данного уравнения или системы уравнений.

Рассмотрим решение уравнений алгебры логики традиционным методом приведения к СДНФ (совершенной дизъюнктивной нормальной форме). Суть этого метода состоит в том, что функция алгебры логики, стоящая в левой части уравнения $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 1$, записывается в форме СДНФ, после чего непосредственно выписываются наборы значений двоичных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$, удовлетворяющие данному уравнению. Пусть, например, имеем уравнение $(x_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee \bar{x}_3) = 1$ **(1)**. Записываем левую часть в форме СДНФ: $(x_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee \bar{x}_3) = x_1x_2 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3 = x_1x_2(x_3 \vee \bar{x}_3) \vee x_1(x_2 \vee \bar{x}_2)\bar{x}_3 \vee (x_1 \vee \bar{x}_1)\bar{x}_2\bar{x}_3 = x_1x_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$. Получаем уравнение $x_1x_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 = 1$, откуда видно, что решениями будут наборы $\{1, 1, 1\}$, $\{1, 1, 0\}$, $\{1, 0, 0\}$, $\{0, 0, 0\}$ **(2)**.

Для алгебры логики такой подход является в некотором смысле универсальным, так как всегда можно получить все решения любого уравнения. Предположим теперь, что в приведенном примере $x_1$, $x_2$, $x_3$ — переменные множества некоторой алгебры множеств, причем конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание будем интерпретировать как пересечение, объединение и дополнение в алгебре множеств. Для определенности рассмотрим алгебру всех подмножеств множества $\{a, b\}$. Тогда 0 — пустое множество, 1 — все множество $\{a, b\}$. Очевидно, наборы (2) будут решениями уравнения (1) и в данном случае, однако не только эти наборы. Например, если положить $x_1 = \{a\}$, $x_2 = \{a\}$, $x_3 = \{a\}$, то уравнение (1) обратится в тождество. Из сказанного выше следует, что метод приведения к СДНФ в общем случае не является универсальным для решения уравнений булевой алгебры.

Перейдем к определениям. *Булевой алгеброй* назовем всякую алгебру, для которой выполняются следующие аксиомы: $a \vee b = b \vee a$, $a \wedge b = b \wedge a$ **(3)**, $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$, $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ **(4)**, $(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$, $(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$ **(5)**, $a \vee a = a$, $a \wedge a = a$ **(6)**, $a \vee 1 = 1$, $a \wedge 0 = 0$, $a \wedge 1 = a$, $a \vee 0 = a$ **(7)**, $\bar{\bar{a}} = a$ **(8)**, $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$, $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$ **(9)**, $a \vee \bar{a} = 1$, $a \wedge \bar{a} = 0$ **(10)**.

Будем полагать, что алгебра задана на абстрактном множестве $M$, операции «$\vee$», «$\wedge$», «—» будем называть соответственно дизъюнкция, конъюнкция и отрицание (по аналогии с алгеброй логики), а элементы алгебры 0 и 1 — нуль и единица алгебры $M$. *Булевой формой* назовем произвольную функцию $f: M^m \to M$, полученную при помощи суперпозиций конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. *Элементарной конъюнкцией* назовем любую конъюнкцию вида $a_{i_1} \wedge a_{i_2} \wedge \ldots \wedge a_{i_k}$ ($k \leqslant m$), где $\alpha_{i_j}$ — либо переменная $x_{i_j}$, либо ее отрицание $\bar{x}_{i_j}$. Любую дизъюнкцию произвольного числа различных элементарных конъюнкций назовем *дизъюнктивной нормальной формой* (ДНФ).

Любую элементарную конъюнкцию, в которой встречаются все переменные $x_1, x_2, \ldots, x_m$, назовем *конституэнтой единицы*. Условимся все переменные в конституэнте единицы располагать в порядке возрастания номеров. Любую дизъюнкцию произвольного числа различных конституэнт единицы назовем *совершенной дизъюнктивной нормальной формой* (СДНФ). Будем отождествлять между собой все СДНФ, отличающиеся только порядком расположения конституэнт единицы. В качестве СДНФ, не содержащей ни одной конституэнты единицы, примем формулу 0. В дальнейшем для удобства значок «$\wedge$» будем опускать.

Утверждение 1. *Любую булеву форму можно преобразовать к СДНФ.*

Доказательство. По определению булева форма $f(x_1, x_2, \ldots x_m)$ представляет собой суперпозицию операций конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. Алгоритм преобразования булевой формы к СДНФ полностью аналогичен алгоритму приведения к СДНФ формулы алгебры логики. Пользуясь тождествами (3) — (5), (8), (9), раскрываем в исходной формуле все скобки и получаем дизъюнкцию некоторого числа конъюнкций. С помощью тождеств (3) — (7), (10) производим упрощения в формуле. В результате получим некоторую ДНФ. Пользуясь тождествами (7), (10), во все конъюнкции вводим недостающие переменные Например, $x_1x_2 = x_1x_2(x_3 \vee \bar{x}_3)$. Пользуясь тождествами (3) — (6), снова раскрываем скобки и производим упрощения. В результате получаем искомую СДНФ.

Утверждение 2. *Для любой булевой формы $f$ справедливо представление*: $f(A_1, A_2, \ldots, A_n, X) = Xf(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1) \vee \bar{X}f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 0)$ **(11)**.

Доказательство. Представим булеву форму $f$ в виде СДНФ (это всегда возможно в силу утверждения 1). Очевидно, если СДНФ не содержит ни одной конституэнты единицы (т. е. $f = 0$), то представление (11) справедливо. Поэтому считаем, что СДНФ содержит хотя бы одну конституэнту единицы. Рассмотрим дизъюнкцию всех конституэнт единицы, содержащих $X$ (без отрицания). Эта дизъюнкция равна $Xf(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1)$. Действительно, при подстановке 1 вместо $X$ все конституэнты единицы, содержащие $\bar{X}$, обратятся в 0. Аналогично показывается, что дизъюнкция всех конституэнт единицы, содержащих $X$, равна $Xf(A_1, A_2, \ldots, A_n, 0)$. Так как других конституэнт единицы не существует, то справедливо (11).

Утверждение 3. *Для любой булевой алгебры* $A = B \leftrightarrow (AB \vee \bar{A}\bar{B} = 1)$ **(12).**

Доказательство. Пусть $A = B$. Тогда $AB \vee \bar{A}\bar{B} = AA \vee \bar{A}\bar{A} = A = \bar{A} = 1$. Обратно, пусть $AB \vee \bar{A}\bar{B} = 1$. Домножим обе части этого равенства на $A$. Получим $ABA \vee \bar{A}\bar{B}A = A$, или, что то же, $AB = A$. Домножив обе части того же равенства на $B$, получим $ABB \vee \bar{A}\bar{B}B = B$, или, что то же, $AB = B$. Следовательно, $A = B$.

Под *уравнением булевой алгебры* будем понимать уравнение вида $f_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s) = f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s)$ **(13)**, где $f_1$ и $f_2$ — булевы формы, $A_1, A_2, \ldots, A_p$ — параметры, $X_1, X_2, \ldots, X_s$ — переменные. Под *системой уравнений булевой алгебры* будем понимать систему уравнений вида (13). Особо выделим уравнение вида $f(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s) = 1$ **(14)**, где $f$ — произвольная булева форма. Любую систему уравнений булевой алгебры можно свести к такому уравнению. Действительно, в силу утверждения 3, уравнение (13) равносильно уравнению (14), где $f = f_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s) f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots X_s) \vee \bar{f}_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s) f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_s)$ **(15)**. А система уравнений $f_1 = 1, f_2 = 1, \ldots, f_l = 1$ **(16)** равносильна уравнению $f = f_1 f_2 \ldots f_l = 1$ **(17)**. Действительно, из (16) следует (17). Покажем, что и из (17) вытекает (16). Для этого возьмем любое $f_i$. Из (17) следует $f_i \vee f_i (f_1 f_2 \ldots f_{i-1} f_{i+1} \ldots f_l) = 1 \vee f_i = 1$, откуда $f_i = 1$. Равносильность (16) и (17) доказана.

Из сказанного выше заключаем, что уравнение вида (14) представляет собой самый общий случай уравнений булевой алгебры, так как любое другое уравнение (или система уравнений) приводится к нему. Исследуем сначала один частный случай уравнения (14), а именно уравнение вида $f(A_1, A_2, \ldots, A_n, X) = 1$ **(18)**, где $f$ — произвольная булева форма, $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — параметры, $X$ — переменная. Прежде чем приступать к решению этого уравнения, необходимо выяснить, при каких условиях (ограничениях на параметры $A_1, A_2, \ldots, A_n$) уравнение (18) имеет хотя бы одно решение. Пользуясь утверждением 2, представим уравнение (18) в виде $Xf(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1) \vee \bar{X}f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 0) = 1$ **(19)**. Для удобства обозначим $A = f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1)$, $B = f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 0)$ **(20)**. Тогда уравнение (18) перепишется в виде $AX \vee B\bar{X} = 1$ **(21)**.

**Теорема 1.** *Уравнение* (21) *имеет хотя бы одно решение тогда и только тогда, когда* $A \vee B = 1$.

Доказательство. Пусть $A \vee B = 1$. Тогда в качестве решения уравнения (21) можно взять $x = A$. Действительно, подставив в уравнение, получим $AX \vee B\overline{X} = AA \vee B\overline{A} = A \vee B\overline{A} = (A \vee AB) \vee B\overline{A} = A \vee (AB \vee \overline{B}A) = A \vee B(A \vee \overline{A}) = A \vee B = 1$. Обратно, пусть существует такое $X$, что $AX \vee B\overline{X} = 1$. Домножив обе части этого равенства на $A \vee B$, получим $(AX \vee B\overline{X})(A \vee B) = A \vee B$. Раскроем скобки и произведем упрощения в левой части этого равенства, тогда $(AX \vee B\overline{X})(A \vee \vee B) = AXA \vee B\overline{X}A \vee AXB \vee B\overline{X}B = AX \vee AB\overline{X} \vee ABX \vee B\overline{X} = (AX \vee \vee B\overline{X}) \vee AB\overline{X} \vee ABX = 1 \vee AB\overline{X} \vee ABX = 1$. Итак, получили в левой части равенства $(AX \vee B\overline{X})(A \vee B) = A \vee B$ единицу. Значит, $A \vee B = 1$. Теорема доказана.

Возвращаясь в соответствии с (20) к прежним обозначениям, получаем критерий существования решения уравнения (18): $f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1) \vee f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 0) = 1$ **(22)**. Попытаемся теперь найти общее решение уравнения (21). Для этого докажем следующую теорему.

**Теорема 2.** *Любой элемент* $X$, *удовлетворяющий уравнению* (21), *можно представить в виде* $X = AP \vee \overline{B}$ (23), *где* $P$ — *некоторый элемент множества* $M$. *Если уравнение* (21) *имеет хотя бы одно решение, то любой элемент* $X$, *который можно представить в виде* (23), *будет решением этого уравнения.* Иначе говоря, придавая параметру $P$ всевозможные значения, мы получим *все* решения уравнения (21) и *только* эти решения.

Доказательство. Докажем первую часть теоремы. Пусть некоторый элемент $X$ удовлетворяет уравнению (21), т. е. $AX \vee B\overline{X} = 1$.

Домножим обе части этого равенства на $X$, находим $AXX \vee B\overline{X}X = X$, откуда $AX = X$. Подставив $X$ вместо $AX$, получим $X \vee B\overline{X} = 1$. В качестве $P$ возьмем сам элемент $X$ и покажем, что $AX \vee \overline{B} = X$. Действительно, $AX \vee \overline{B} = X \vee \overline{B} = (X \vee \overline{B})(X \vee B\overline{X}) = XX \vee \overline{B}X \vee XB\overline{X} \vee \vee \overline{B}B\overline{X} = X \vee \overline{B}X = X$. Следовательно, для любого $X$, удовлетворяющего (21), можно найти такой элемент $P$, что справедливо представление (23). Докажем вторую часть теоремы. Пусть уравнение (21) имеет хотя бы одно решение. Тогда, в силу теоремы 1, $A \vee B = 1$. Подставим правую часть равенства (23) в уравнение (21) вместо $X$: $AX \vee B\overline{X} = A(AP \vee \overline{B}) \vee B(\overline{AP \vee \overline{B}}) = AP \vee A\overline{B} \vee B((\overline{A} \vee \overline{P})B) = AP \vee \vee A\overline{B} \vee B\overline{A} \vee B\overline{P} = AP(A \vee B) \vee B\overline{P}(A \vee B) \vee A\overline{B} \vee B\overline{A} = AP \vee B\overline{P} \vee AB \vee \vee A\overline{B} \vee B\overline{A} = AP \vee B\overline{P} \vee A \vee B = AP \vee B\overline{P} \vee 1 = 1$. В приведенной выкладке использовался тот факт, что $A \vee B = 1$. Мы показали, что для любого $P$ элемент $X = AP \vee \overline{B}$ является решением уравнения (21). Теорема доказана.

Возвращаясь к прежним обозначениям (в соответствии с (20)), запишем общее решение уравнения (18): $X = f(A_1, A_2, \ldots, A_n, 1)P \vee \overline{f}(A_1, A_2, \ldots, \ldots, A_n, 0)$ **(24)**. Еще раз отметим, что записывать решение уравнения (18) в виде (24) можно только при выполнении условия (22), в противном же случае уравнение (18) решений не имеет.

Рассмотрим пример на применение полученных результатов. Пусть требуется решить уравнение $A_1X = A_2$ **(25)**, где $A_1$, $A_2$ — параметры, $X$ — переменная. Это уравнение вида (13). Приведем его к виду (14) и, используя утверждение 3, получим $A_1A_2X \vee \bar{A}_2\bar{X} \vee \bar{A}_1\bar{A}_2 = 1$ **(26)**. Выясним, когда уравнение (26) имеет хотя бы одно решение? Для этого воспользуемся критерием (22): $f(A_1, A_2, 1) \vee f(A_1, A_2, 0) = (A_1A_2 \vee \bar{A}_1\bar{A}_2) \vee \vee (\bar{A}_2 \vee \bar{A}_1\bar{A}_2) = 1$, откуда $A_1 \vee \bar{A}_2 = 1$ **(27)**. Уравнение (26) имеет решение тогда и только тогда, когда $A_1$ и $A_2$ удовлетворяют (27). В соответствии с (24) запишем его общее решение: $X = (A_1A_2 \vee \bar{A}_1\bar{A}_2) P \vee A_2$. В силу (27) $A_1A_2 = A_2$ (в этом можно убедиться, домножив обе части равенства (27) на $A_2$). Учитывая этот факт и тождества $A_2 \vee \bar{A}_1\bar{A}_2 = A_2 \vee \bar{A}_1$ и $A_2P \vee A_2 = A_2$, преобразуем общее решение к виду $X = \bar{A}_1P \vee A_2$ **(28)**. Итак, мы вывели критерий (27) существования решения уравнения (25), записали общее решение (28) этого уравнения.

Используя результаты, полученные для уравнения (18), опишем алгоритм решения уравнения (14). Сначала решаем уравнение (14) относительно переменной $X_s$, считая $A_1, A_2, \ldots, A_n, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}$ параметрами. Для этого случая получим критерий существования решения (теорема 1): $f_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}) = 1$ **(29)**, где $f_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}) = f(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}, 1) \vee f(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}, 0)$. Само решение выразится некоторой формой (теорема 2): $X_s = F_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}, P_s)$. Потом решаем уравнение (29) относительно переменной $X_{s-1}$, считая $A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}$ параметрами. Получим критерий существования решения: $f_{s-1}(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}) = 1$, где $f_{s-1}(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}) = f_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}, 1) \vee f_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}, 0)$. Само решение выразится некоторой формой: $X_{s-1} = F_{s-1}(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, X_2, \ldots, X_{s-2}, P_{s-1})$.

Двигаясь таким образом дальше, мы придем к уравнению $f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1) = 1$, где $f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1) = f_3(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, 1) \vee \vee f_3(A_1, A_2, \ldots, A_p, X_1, 0)$. Критерий существования решения этого уравнения: $f_1(A_1, A_2, \ldots, A_p) = 1$ **(30)**, где $f_1(A_1, A_2, \ldots, A_p) = f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, 1) \vee f_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, 0)$. Само решение выразится некоторой формой: $X_1 = F_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1)$. Условие (30) является критерием существования решения уравнения (14). Действительно, пусть условие (30) выполнено Тогда уравнение $f_2 = 1$ имеет решение. Но условие $f_2 = 1$ является критерием разрешимости уравнения $f_3 = 1$. Значит, уравнение $f_3$ имеет решение. Поднимаясь дальше по цепочке уравнений, придем к уравнению (14). Обратно, пусть уравнение (14) имеет решение, тогда, спускаясь от этого уравнения по цепочке тех же уравнений к условию (30), получим существование решения этого уравнения.

Обозначим $K_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1) = F_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1)$. Подставив $X_1 = K_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1)$ в выражение для $X_2$, находим $X_2 = K_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1, P_2)$, где $K_2$-некоторая форма. И так далее. Наконец, подставив выражения для $X_1, X_2, \ldots, X_{s-1}$ в формулу для $X_s$, получим $X_s = K_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1, P_2, \ldots, P_s)$, где $K_s$ — некоторая форма. Таким образом, получим общее решение уравнения (14):

$$\begin{aligned} X_1 &= K_1(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1), \\ X_2 &= K_2(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1, P_2), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_s &= K_s(A_1, A_2, \ldots, A_p, P_1, P_2, \ldots, P_s). \end{aligned} \tag{31}$$

Например, требуется решить уравнение $X_1X_2 = T$, где $T$ — параметр, $X_1$, $X_2$ — переменные. Запишем его в виде (14): $X_1X_2T \vee \overline{X}_1\overline{T} \vee \vee \overline{X}_2\overline{T} = 1$ **(32)**. Полагаем $X_2$ переменной, $T$ и $X_1$ — параметрами. Тогда критерий существования решения этого уравнения запишется так: $X_1 \vee \overline{T} = 1$ **(33)**, а общее решение выразится формой: $X_2 = \overline{X}_1P_2 \vee \vee T$ **(34)**. Уравнение (33), очевидно, всегда имеет решение (например, $X_1 = 1$), поэтому и уравнение (32) всегда будет иметь решение. Запишем общее решение уравнения (33): $X_1 = P_1 \vee T$ **(35)**. Подставляя выражение для $X_1$ в выражение для $X_2$, получаем $X_2(P_1 \vee T)P_2 \vee T = \overline{T}\overline{P}_1P_2 \vee \vee T = \overline{P}_1P_2 \vee T$ **(36)**. Формулы (35) и (36) дают нам общее решение уравнения (32).

**Список литературы:** 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства.— Х., 1984.— 144 с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Технические средства.— Х., 1986.— 136 с.

*Поступила в редколлегию 18.12.86*

УДК 510.62

*Д. Э. СИТНИКОВ, Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО*, д-р техн. наук

## ОБ ИЗОМОРФИЗМЕ АЛГЕБР КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ

Рассмотрим вопрос об изоморфизме одного класса конечных алгебр, а именно, *алгебр конечных предикатов* [1, с. 15]. Под *конечной алгеброй* будем понимать *алгебру* [2, с. 47] с конечным числом элементов. Рассмотрим произвольную конечную алгебру $\Phi$ с алгебраическими операциями $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ и элементами $x_1, x_2, \ldots, x_m$, а также множество $\Phi_0 \subseteq \Phi$. Систему элементов $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k} (k \leqslant m)$ будем называть *полной* относительно операций $\varphi_{j_1}, \varphi_{j_2}, \ldots, \varphi_{j_s} (s \leqslant n)$ на множестве $\Phi_0$, если любой элемент $x \in \Phi_0$ можно представить в виде суперпозиции операций $\varphi_{j_1}, \varphi_{j_2}, \ldots, \varphi_{j_s}$ над элементами $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}$.

Пусть на множестве $M$, содержащем, по крайней мере, два элемента 0 и 1, заданы две операции $\vee$ (дизъюнкция) и $\wedge$ (конъюнкция), которые удовлетворяют следующим аксиомам:

$$a \vee b = b \vee a, \quad a \wedge b = b \wedge a, \tag{1}$$

$$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c), \quad (a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c), \tag{2}$$

$$(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c), \; (a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c), \tag{3}$$

$a \vee a = a, a \wedge a = a$ **(4)**, $a \vee 1 = 1, a \wedge 0 = 0$ **(5)**, $a \vee 0 = a, a \wedge 1 = a$ **(6)**; элементы

$$\begin{array}{l} a_{11}, \; a_{21}, \; \ldots, \; a_{k_1 1}, \\ a_{12}, \; a_{22}, \; \ldots, \; a_{k_2 2}, \\ \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \\ a_{1n}, \; a_{2n}, \; \ldots, \; a_{k_n n} \end{array}$$

образуют полную систему элементов относительно операций конъюнкции и дизъюнкции (7); для этих элементов выполняются аксиомы:

$$a_{1j} \vee a_{2j} \vee \ldots \vee a_{k_j j} = 1, \; (1 \leqslant j \leqslant n), \tag{8}$$

$$a_{i_1 j} \wedge a_{i_2 j} = 0, \; (i_1 \neq i_2, \; 1 \leqslant j \leqslant n, \; 1 \leqslant i_1, i_2 \leqslant k_j). \tag{9}$$

Целью данной работы является доказательство того факта, что любые две алгебры, для которых выполняются аксиомы (1) — (9), *изоморфны* [2, с. 49] между собой при фиксированных $n$, $k_1$, $k_2$, ..., $k_n$ (т. е. если они имеют один и тот же тип). Любую алгебру, для которой выполнены аксиомы (1) — (9), можно проинтерпретировать как алгебру конечных предикатов [1, с. 22]. Таким образом, доказав изоморфизм, мы тем самым установим, что аксиомы (1) — (9) определяют алгебру конечных предикатов с точностью до изоморфизма. Иными словами, все алгебры конечных предикатов одного и того же типа отличаются друг от друга лишь способом обозначения. Изоморфизм означает также, что система аксиом (1) — (9) полна: она определяет все свойства любой алгебры конечных предикатов.

*Элементарной конъюнкцией* назовем любую конъюнкцию элементов $a_{ij}$, вторые индексы которых попарно различны. Наибольшее число элементов в элементарной конъюнкции равно $n$, наименьшее — нулю. Примерами элементарных конъюнкций могут служить выражения: $a_{11} \wedge a_{12} \wedge a_{23}$, $a_{13} \wedge a_{24}$. Элементарные конъюнкции, отличающиеся между собой только порядком конъюнктивных членов, мы не будем различать. Например, элементарные конъюнкции $a_{11} \wedge \wedge a_{12} \wedge a_{23}$ и $a_{12} \wedge a_{11} \wedge a_{23}$ считаем одинаковыми. Любую дизъюнкцию произвольного числа различных элементарных конъюнкций назовем *дизъюнктивной нормальной формой* (*ДНФ*). В качестве ДНФ, не содержащей ни одного дизъюнктивного члена, примем элемент 0. Примером ДНФ может служить выражение $(a_{11} \wedge a_{12} \wedge a_{23}) \vee \vee (a_{13} \wedge a_{24}) \vee (a_{12} \wedge a_{24})$.

Любую элементарную конъюнкцию, содержащую $n$ элементов, назовем *конституэнтой единицы*. В общем виде конституэнта единицы запишется следующим образом: $a_{i_1 1} \wedge a_{i_2 2} \wedge a_{i_3 3} \wedge \ldots \wedge a_{i_n n}$.

Любую дизъюнкцию произвольного числа различных конституэнт единицы назовем *совершенной дизъюнктивной нормальной формой* (СДНФ). Будем отождествлять между собой все СДНФ, отличающиеся только порядком расположения конституэнт единицы.

**Теорема 1.** *Любой элемент из $M$ можно представить в виде СДНФ.*

Доказательство. Рассмотрим произвольный элемент $a \in M$. В силу аксиомы (7) элемент $a$ можно представить в виде суперпозиции операций конъюнкции и дизъюнкции над элементами $a_{ij}$. Осуществив такое представление, получим некоторую формулу. Пользуясь тождествами (1) — (3), раскрываем в формуле скобки. В результате получаем некоторую дизъюнкцию конъюнкций элементов $d_{ij}$. С помощью тождеств (1), (2), (4) — (6) и (9) упростим формулу и получим некоторую ДНФ. Учитывая тождества (6), (8), введем во все конъюнкции «недостающие» элементы. Например, пусть $n = 3$, $k_1 = k_2 = k_3 = 2$. Тогда $(a_{11} \wedge a_{13}) \vee (a_{12} \wedge a_{23}) = (a_{11} \wedge (a_{12} \vee \vee a_{22}) \wedge a_{13}) \vee ((a_{11} \vee a_{21}) \wedge a_{12} \wedge a_{23})$. Далее, пользуясь тождествами (1)—(4), снова раскрываем скобки и производим упрощения. В результате получаем искомую СДНФ. Итак, любой элемент можно представить в виде СДНФ. Теорема доказана.

Из теоремы следует, что в множестве $M$ существует $p = k_1 \; k_2 \ldots k_n$ элементов (конституэнт единицы) таких, что любой ненулевой элемент из $M$ можно представить в виде дизъюнкции этих элементов. Используя этот результат, из аксиом (1) — (9) можно вывести следующую систему аксиом: $a \vee b = b \vee a$ **(10)**, $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ **(11)**, $(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$ **(12)**, $a \vee 0 = a$ **(13)**, $a \vee 1 = 1$ **(14)**, ненулевые элементы $a_1, a_2, \ldots, a_p$ $(p = k_1 \cdot k_2 \cdot \ldots \cdot k_n)$ на множестве $M \setminus 0$ образуют полную систему элементов относительно операции дизъюнкции (15); для этих элементов выполняется аксиома $a_i \wedge a_j = 0$ $(i \neq j)$ **(16)**, так как конъюнкция различных конституэнт единицы равна 0.

**Теорема 2.** *Любые две алгебры, для которых выполняются аксиомы (10) — (16), изоморфны между собой при фиксированном $p$.*

Доказательство. Покажем, что любой элемент из множества $M \setminus 0$ можно единственным образом представить в виде дизъюнкции элементов $a_i$. Согласно аксиомам (10), (11) порядок расположения $a_i$ не существенен. Пусть

$$a = a_{i_1} \vee a_{i_2} \vee \ldots \vee a_{i_k} = a_{j_1} \vee a_{j_2} \vee \ldots \vee a_{j_s} (k \leqslant p, s \leqslant p). \qquad (17)$$

Домножим обе части этого равенства на $a_{i_1}$:

$$(a_{i_1} \vee a_{i_2} \vee \ldots \vee a_{i_k}) \wedge a_{i_1} = (a_{j_1} \vee a_{j_2} \vee \ldots \vee a_{j_s}) \wedge a_{i_1}.$$

Раскрывая скобки в соответствии с (12) и применяя (16), получаем $(a_{j_1} \vee a_{j_2} \vee \ldots \vee a_{j_s}) \wedge a_{i_1} = a_{i_1}$. Это говорит о том, что среди элементов $a_{j_1}, \ldots, a_{j_s}$ есть элемент $a_{i_1}$ (в противном случае $a_{i_1} = 0$, что неверно).

Точно так же показывается, что среди элементов $a_{j_1}, \ldots, a_{j_s}$ есть элементы $a_{i_2}, a_{i_3}, \ldots, a_{i_k}$. Домножая обе части равенства (17) на $a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_s}$ находим, что все эти элементы содержатся среди элементов $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}$. Это значит, что правая часть равенства (17) с точностью до порядка расположения элементов совпадает с его левой частью. Единственность представления доказана. Каждому элементу $a$ из $M \setminus 0$ поставим в соответствие $p$-разрядный двоичный код $\tilde{a} =$

$= \sigma_1\sigma_2 \ldots \sigma_p$, где $\sigma_i = 1$, если в представлении элемента $a$ фигурирует элемент $a_i$ и $\sigma_i = 0$, если в представлении элемента $a$ нет элемента $a_i$. Элементу 0 поставим в соответствие нулевой код, т. е. код, где все $\sigma_i = 0$.

Используя аксиомы (10), (11) и (13), легко показать, что дизъюнкции двух элементов $a$ и $b$ из $M$ соответствует код, равный дизъюнкции кодов $\tilde{a}$ и $\tilde{b}$. Используя аксиомы (10) — (14) и (16), можно показать, что конъюнкции двух элементов $a$ и $b$ из $M$ соответствует код, равный конъюнкции кодов $\tilde{a}$ и $\tilde{b}$. Таким образом, любая алгебра для которой выполняются аксиомы (10) — (16), изоморфна алгебре двоичных $p$-разрядных кодов, а это означает, что любые две алгебры, удовлетворяющие (10) — (16), изоморфны между собой. Теорема доказана.

Так как систему аксиом (10) — (16) можно вывести из аксиом (1) — (9), а из теоремы 2 следует, что система (10), (16) полна, то и система аксиом (1) — (9) полна. Таким образом, верна

**Теорема 3.** *Любые две алгебры, удовлетворяющие аксиомам (1)—(9), изоморфны.*

**Список литературы**: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства. — Х., 1984.— 144 с. 2. *Мальцев А. И.* Алгебраические системы.— М., 1970.— 146 с.

*Поступила в редколлегию 09.12.86*

УДК 025.4.036:007.51

*Р. Г. КОТОВ*, д-р техн. наук, *И. В. ДОМБРОВСКАЯ, Ю. П. СКОКАН*, канд. техн. наук

## ОДИН ИЗ ВОПРОСОВ КОММУНИКАЦИИ ЧЕЛОВЕК — МАШИНА

Эффективность коммуникации между человеком и ЭВМ, в том числе и с использованием естественного языка, зависит от наличия программных средств снятия «неточностей», допускаемых человеком. В первую очередь к ним относятся недостаточно четко определяемые понятия, ошибки различного рода, не затрудняющие общения между людьми, но усложняющие диалог с машиной. Многие из таких неточностей автоматически выявляются и снимаются с помощью различных методов, в которых используется естественная избыточность языка человека. На практике это связывается с задачей автоматического обнаружения и исправления ошибок во входной информации, а в перспективе — с автоматическим отождествлением разных вариантов наименований понятий, одинаковых или в какой-то степени сходных по смыслу [1—6]. Рассмотрим один из подходов к решению такой задачи.

Основной принцип коммуникации человек — машина на естественном языке (разумеется, с соответствующими ограничениями) состоит в переводе конструкций, куда входят элементы естественного языка, в понятные машине коды. Для такого перевода в памяти машины (как часть машинной информации) содержится специальная машинная лингвистическая информация, элементы которой представляются в виде словарей, списков наименований понятий, наборов фраз и т. п. Машина по лингвистической информации осуществляет перевод конструкций, куда входят языковые элементы коммуникации, в соответствующие машинные коды. Дальнейший процесс сводится к рассмотренному ранее простейшему случаю. Перевод — многоэтапный процесс, который в аспекте семантики коммуникации уточняет ее тему, т. е. на каждом этапе коммуникации из некоторого подмножества возможных реакций машина выбирает реакции, адекватные теме коммуникации, а иногда формирует новую реакцию. В таком процессе для правильного взаимопонимания между человеком и машиной имеют прикладное значение закономерности, характерные для лингвистики и, в частности, психолингвистики.

В общем случае механизм перевода состоит в том, что на каждом этапе поступающие элементы коммуникации сравниваются с набором альтернативных версий о том, каким должен быть поступающий на этом этапе элемент после поступивших ранее элементов. Результатом работы этапа считается наиболее подходящая версия из набора версий этого этапа. Альтернативные версии формируются машиной из элементов лингвистической информации машины в соответствии со статистикой появления элементов естественного языка, которая имеет место в семантических рамках решаемой задачи. Подобные альтернативные версии могут рассматриваться как промежуточные «реакции» машины на вербальные «стимулы» предыдущих этапов перевода, в чем можно увидеть некоторую аналогию с процессом направленного ассоциативного эксперимента в психолингвистике. Если на каком-либо этапе перевода ни одна из версий не сходна с очередным поступившим для перевода элементом, то из набора версий предыдущего этапа выбирается очередная (по сходству) версия и процесс перевода продолжается.

Таким образом, на промежуточных этапах машина готовится воспринять не любой элемент естественного языка, а только те, которые соответствуют постепенно уточняющейся теме: поиск осуществляется не среди всех элементов лингвистической информации машины, а лишь среди тех, которые представляют адекватную альтернативу для данного этапа коммуникации.

Машина «выдвигает» предположения о тех элементах естественного языка, которые следует ожидать на том или ином этапе коммуникации, а в случае прихода «неожиданного» элемента машина по-иному «осмысливает» предыдущую информацию путем ретроспекции результатов предыдущего этапа. Такая схема механизма перевода позволяет в общем случае отказаться от полного перебора элементов лингвистической информации машины уже на промежуточных этапах коммуникации, что имеет существенное практическое значение.

Таким образом, процесс коммуникации человек — машина на естественном языке представляет собой многоэтапный итеративный процесс с ретроспекцией результатов этапа в определенных случаях. В этом процессе могут найти практическое приложение результаты направленных ассоциативных экспериментов и содержание ассоциативного тезауруса. Отметим, что процесс машинного устранения неточностей может рассматриваться в рамках выдвижения и отбора машинной версии на соответствующих этапах коммуникации, осуществляемой на естественном языке. Особую значимость в таком случае приобретает количественная мера в оценке версий при допустимых неточностях в написании слов и предложений.

В основу машинной реализации процесса устранения допустимых неточностей положена процедура подсчета количественной меры, оценивающей степень совпадения для слов или наборов слов (предложений) по их написанию. Задача была сведена к вычислению количественной меры сходства для символьных последовательностей. При машинном сопоставлении близких по написанию слов и предложений в общем случае сравниваются символьные последовательности. Этот прием является одним из наиболее часто используемых при машинной реализации определенного класса задач прикладной лингвистики. Он позволяет выявить совпадение или несовпадение сравниваемых последовательностей без особых затруднений. Однако случай, когда для несовпадающих последовательностей требуется количественно оценить степень несовпадения или совпадения, заслуживает особого внимания. Объясняется это тем, что количественная оценка может найти практическое применение не только для машинного устранения неточностей, основанного на использовании естественной избыточности языка, но и при машинной обработке текстов с целью выявления родственных по написанию слов и предложений или при машинном анализе устной речи.

При сопоставлении символьных последовательностей количественную оценку можно получить с помощью «комбинаторного» метода. В общем случае при этом последовательности выравниваются по длине, просматриваются все возможные комбинации в положениях несовпадающих символов и учитываются перестановки, замены, изъятия и добавления символов до полного совпадения сопоставляемых последовательностей. Однако такой подход при машинной реализации требует больших затрат машинного времени. Поэтому предпочтение было отдано методам, более удобно реализуемым на вычислительных машинах.

В отличие от обсуждавшейся ранее [1] предлагаемая численная мера сходства автономно учитывает различные аспекты сходства при сопоставлении символьных последовательностей: количество символов в последовательности, ее символьный состав, порядок следования символов, место символа в последовательности и т. п.

Автономность в подсчете различных аспектов сравнения символьных последовательностей способствует достижению нескольких целей, основные из них — экономия затрат машинного времени и возможность варьирования количественной оценкой в соответствии с различными условиями ее применения. Экономия затрат машинного времени основывалась на том, что при больших расхождениях в простых аспектах сопоставления (например, по количеству символов) подсчет прерывался, а последовательности считались несовпадающими в достаточно большой степени. Необходимость варьирования количественной оценкой сходства объясняется тем, что важность того или иного аспекта сопоставления зависит от характера задачи. Например, при сопоставлении отдельных слов важными могут быть такие аспекты, как длина слов, их буквенный состав и порядок следования букв в словах. При сопоставлении же предложений в случаях, допускающих изменение порядка следования слов в предложении, важнее учитывать словарный состав предложения (слово здесь играет роль символа, а все предложение — последовательности), чем порядок следования слов.

Итак, в общем случае автономные аспекты сопоставления в зависимости от характера решаемой задачи целесообразно учитывать с надлежащим «весом». Кроме того, количество операций можно уменьшить, учитывая временные соотношения при выполнении на машине различных аспектов сопоставления и комбинируя очередность их выполнения.

При вычислении количественной меры сходства символьных последовательностей сопоставляли длину, символьный состав и порядок следования символов. При оценке длины учитывали абсолютную разность длин последовательностей. Символьный состав определяли по количеству символов, одновременно принадлежащих сравниваемым последовательностям. Порядок следования символов устанавливали общими тройками следующих подряд символов в сравниваемых последовательностях. Количественную меру сходства двух символьных последовательностей определяли по формуле $C = B1 \times C1 + B2 \times \times C2 + B3 \times C3$, где B1, B2 и B3 — весовые коэффициенты, отражающие влияние автономных аспектов сопоставления: B1 — значимость в конечном результате совпадения символьных последовательностей по количеству символов в них, B2 — по символьному составу, B3 — по порядку следования символов; C1, C2, C3 — соответственно численные меры совпадения по количеству символов, символьному составу, порядку следования символов.

Значения C1, C2 и C3 подсчитывали по следующим формулам:

$$C1 = \frac{M1 + M2 - |M1 - M2|}{M1 + M2},$$

где M1, M2 — количество символов в первой и второй последовательностях;

$$C2 = \frac{X1 + X2}{M1 + M2}.$$

Здесь X1 — количество символов первой последовательности, которые имеют хотя бы один аналогичный символ во второй последовательности; X2 — количество символов во второй последовательности, которые имеют хотя бы один аналогичный символ в первой последовательности;

$$C3 = \frac{У1 + У2}{M1 + M2},$$

где $У1$ — количество троек следующих подряд символов первой последовательности, которые имеют хотя бы одну аналогичную тройку во второй последовательности; $У2$ — количество троек следующих подряд символов второй последовательности, которые имеют хотя бы одну аналогичную тройку в первой последовательности.

При учете троек считалось, что символьная последовательность начинается и оканчивается знаком пробела, который включается в ее символьный состав.

Подсчитанное по приведенным формулам значение $C$ является положительным и не превышает 1 при неотрицательных $B1$, $B2$ и $B3$ и при условии, что $B1 + B2 + B3 = 1$. Чем больше общего в символьных последовательностях, тем ближе значение $C$ к единице. Значение $C$, подсчитанное для последовательностей $A$ и $B$, обладает свойствами: свойствами: $C(A/B) = C(B/A)$; $C(A/A) = 1$. Обратное не обязательно, т. е. из $C(A/B) = 1$ не обязательно следует, что $A = B$.

Основное внимание при программировании процедуры подсчета значения $C$ уделялось сокращению расходов машинного времени, в частности, стремились к тому, чтобы при сравнении непохожих символьных последовательностей работало меньшее количество участков программы. Это позволяет экономить машинное время при поиске малого количества похожих слов среди большого количества непохожих слов, что обычно имеет место при поисках по словарю слова, близкого к заданному искаженному слову. Для сокращения машинного времени были учтены моменты: при $У1 = 0$ обязательно $У2 = 0$; при $X1 = 0$ обязательно $X2 = У1 = У2 = 0$. Процедура вычисления $C$ была запрограммирована 54 операторами языка ПЛ/1.

Оценка эффективности предлагаемой количественной меры сходства проведена на специальной модели, отображающей процесс выбора версии на одном отдельном этапе коммуникации. Неточности представлены пропусками и заменами одной или нескольких букв. В качестве наборов альтернативных версий использовали группы слов из Словаря русского языка под редакцией С. И. Ожегова. Для I варианта выбраны случайным образом 150 слов; для II (более трудного) — 150 подряд следующих возвратных глаголов, начинающихся на «об». I вариант характеризовался математическим ожиданием количественной меры сходства для наиболее близких по написанию слов, равным 0,6 при дисперсии 0,006, II — 0,8 при дисперсии 0,001. Эти значения подтверждают то, что во II варианте использованы слова более близкие по написанию. На модели для каждого слова группы производились искажение или пропуск случайно выбранной буквы (букв); поиск в этой же группе слова, наиболее похожего по написанию на искаженное; замена искаженного слова похожим. При этом велась статистика случаев правильного исправления, в результате которого получалось исходное слово, т. е. то слово, которое выбиралось моделью для внесения искажений.

На модели получены следующие результаты. При замене одной, двух и трех букв в I варианте группы слов оценки вероятности правильного исправления с первой попытки (без «переосмысливания» результата исправления) равны соответственно 1, 0,99, 0,98; для II варианта — 0,98; 0,93 и 0,82. При пропуске букв во II варианте слов соответствующие оценки вероятностей были несколько меньше. Так, при пропуске одной и трех букв оценки вероятности правильного исправления с первой попытки равны соответственно 0,97 и 0,6.

Отметим, что если бы указанные вероятности составили лишь 0,5, то удалось бы вдвое уменьшить работу человека по выявлению и устранению искажений. Кроме того, в полученных оценках не отражена ретроспекция предыдущих результатов в схеме коммуникации. Благодаря ей существенно возрастет вероятность правильного исправления искаженного лингвистического материала коммуникации: наряду с естественной избыточностью языка на уровне слов будет использоваться избыточность и на семантическом уровне, определяемом статистикой появления слов в рамках темы коммуникации.

Предлагаемая количественная мера сходства символьных последовательностей может найти приложение в решении таких задач, как машинное устранение неточностей и ошибок в коммуникации человек — машина на естественном языке, для выявления родственных по написанию слов и предложений при автоматическом анализе текстов, для автоматического анализа устной речи, для автоматизации работы корректора.

Количественная мера сходства символьных последовательностей может служить одним из вариантов дальнейшего развития предиката в языках программирования, когда в практических целях необходимо результат сравнения символьных последовательностей сводить не к множеству логических значений «истина» и «ложь», а требуется дать более дифференцированную оценку результату такого сравнения.

Количественную меру сходства, оценивающую степень совпадения символьных последовательностей, целесообразно аппаратно реализовать в тех будущих ЭВМ, в которых предусматривается обмен информацией с человеком на естественном языке.

Предлагаемая количественная мера сходства не является единственно возможной для машинной реализации указанных выше задач. Для окончательного выбора такой меры требуются сравнительный анализ возможных вариантов и их практическая проверка.

**Список литературы**: 1. *Белоногов Г. Г., Котов Р. Г.* Автоматическое лексическое кодирование // Вопр. языкознания.— 1961.— №4.— С. 23—30. 2. *Белоногов Г. Г. и др.* Экспериментальная система автоматизированного обнаружения и исправления орфографических ошибок в текстах / Г. Г. Белоногов, И. С. Дуганова, Ю. П. Калинин // Науч.-техн. информ.— 1984.— № 3. — С. 17—19. 3. *Котов Р. Г. и др.* Один из методов автоматической коррекции информации, вводимой в ЭВМ / Р. Г. Котов, Ю. П. Скокан, С. И. Тимонин. — М., 1972.— 16 с. Деп. в ЦИВТИ МО 12.09.72, № 2267. 4. *Лингвистические* вопросы алгоритмической обработки сообщений / Под. ред. К. И. Курбакова и Р. Г. Котова.— М., 1983.— 236 с. 5. *Скокан Ю. П.* Один из способов сравнения символьных последовательностей.— М., 1972.— 12 с. Деп. в ЦИВТИ МО 20.03.72, № 2278. 6. *Скокан Ю. П.* Об алгоритмическом языке для решения задач инженерной лингвистики // Текст, высказывание, слово.— М., 1983.— С. 43—45.

*Поступила в редколлегию 17.12.86*

УДК 681.51

*В. И. ВАСИЛЬЕВ*, д-р техн. наук

# ПРИНЦИП ПРОСТОТЫ В ПРОБЛЕМЕ ОБУЧЕНИЯ РАСПОЗНАВАНИЮ ОБРАЗОВ

Теория минимизации эмпирического риска [1,2] позволяет по обучающей выборке построить решающее правило, близкое к наилучшему в выбранном классе. Конструктивные идеи большинства алгоритмов, рассматриваемых в работах [1,2], имеют наглядную геометрическую интерпретацию: в пространстве размерности $n$ строится гиперповерхность заданного класса, которая по возможности с меньшим количеством ошибок отделяет векторы обучающей последовательности одного образа от векторов обучающей последовательности другого образа. Отнесение векторов (в том числе и не входящих в обучающую последовательность) к тому или иному образу производится в зависимости от того, по какую сторону от разделяющей гиперповерхности он находится. Характерной особенностью этой теории является отсутствие предположений о функции распределения $P(x)$, а поэтому основные ее соотношения справедливы при любом виде этой функции. Однако задача формирования описания объектов, т. е. формирования пространства, сознательно выносится за рамки проблемы обучения распознаванию образов, а обучение сводится к проблеме минимизации риска в специальном классе решающих правил.

В работах [3,4] и других, наоборот, центр тяжести проблемы обучения распознаванию образов переносится на формирование пространства, в котором образы легко разделимы. Предполагается, что разделяющая функция задается заранее, а ее структура зависит только от размерности пространства. Процесс обучения состоит в конструировании такого пространства, в котором заранее заданная решающая функция безошибочно разделяет обучающую последовательность, а качество решения задачи распознавания зависит только от размерности пространства и набора его координат.

Напомним [4], что пространство формируется из свойств объектов, имеющих определенные особенности, и только такие свойства называются признаками, которые этими особенностями обладают. Сами признаки существенно зависят от того, относительно какого образа они рассматриваются. Поэтому, если говорить о свойствах признаков, нужно сразу же указывать, относительно какого образа признаки определяются.

Пусть на некотором множестве объектов $V$ заданы два подмножества $V_1^*$, $V_2^*$, определяющие собой образы на обучающей последовательности $V$, а также $i$-е свойство, такое, что одни объекты множества $V$ этим свойством обладают, а другие — нет. Пусть такие свойства присущи объектам из подмножества $V_{1i}$, а у объектов из $V_{2i}$ оно отсутствует. Тогда $i$-е свойство называют признаком первого типа относительно образа $V_1^*$, если выполняются соотношения $V_1^* \subseteq V_{1i}$ и $V_{1i} \cap V_2^* \neq V_2^*$ (1), и признаком второго типа относительно образа, если $V_{1i} \subseteq V_1^*$ и $V_{1i} \cap V_2^* = \varnothing$ (2).

В случае, когда выполняются соотношения $V_2^* \subseteq V_{2i}$ и $V_{2i} \cap V_1^* \neq$ $\neq V_1^*$ (3), $i$-е свойство считается признаком первого типа относительно образа $V_2^*$, а в случае, когда выполняются $V_2 \subseteq V_2^*$ и $V_{2i} \cap V_1^* = 0$ (4), это же свойство объявляется признаком второго типа относительно образа $V_2$. Если свойство не обладает ни одной из особенностей (1)—(4), то оно не может быть названо признаком и не участвует в формировании пространства.

Согласно принципу минимизации эмпирического риска [1,2], в заданном пространстве размерности $n$ за точку минимума среднего риска принимается точка, которая соответствует минимуму эмпирического риска, построенного по случайной независимой выборке. Причем подмена среднего риска эмпирическим возможна только в условиях существования равномерной сходимости частот к вероятностям по классу событий $S(\alpha)$. Каждое событие $A(\alpha)$ в этом классе задается конкретным решающим правилом $F(x, \alpha)$, определяемым параметром $\alpha$, как множество векторов $X$ обучающей последовательности, которое данное правило классифицирует ошибочно. Другими словами, класс событий $S(\alpha)$ определяется типом правил (например, линейных), а количество элементов в классе — числом всевозможных правил в заданном классе, которое можно построить в пространстве заданной размерности. Показано, что равномерная сходимость по классу событий $S(\alpha)$ всегда имеет место, если класс состоит из конечного числа событий.

При известном числе элементов $N$ в классе можно с вероятностью $1-\eta$ утверждать: если некоторое заданное решающее правило из класса $S(\alpha)$ безошибочно разделило обучающую последовательность длины $l$, то вероятность ошибочной классификации не будет превышать $\varepsilon = (\ln N - \ln \eta)/l$ (5).

Если рассматривать бинарное пространство и класс линейных решающих правил, то $N < 2^{n^2}$, а $\ln N < n^2$, т. е. $\varepsilon < (n^2 - \ln \eta)/l$ (6).

Подход, изложенный в работах [3,4], назовем методом предельных упрощений (МПУ), так как с его помощью строится самое простое решающее правило (линейное), безошибочно разделяющее обучающую последовательность в пространстве малой размерности. Если пространство строить из однотипных, но неодинаковых признаков, то обязательно будет построено пространство размерности $n$, в котором образы $V_1^*$, $V_2^*$ линейно разделимы [3].

МПУ состоит в том, что в процессе последовательной проверки свойств из них отбираются только такие, которые обладают одной из особенностей, определяемых соотношениями (1) — (4). Такой процесс отбора однотипных, но неодинаковых признаков продолжается до тех пор, пока при некотором значении размерности пространства признаков наступит линейное разделение образов на обучающей последовательности.

В зависимости от того, из признаков какого типа строится пространство, в качестве разделяющей выбирается плоскость, описываемая уравнением

$$\sum_{i=1}^{n} x_i - (n - 0{,}5) = 0, \quad (7) \text{ либо } \sum_{i=1}^{n} x_i - 1 = 0 \quad (8).$$

В этом случае решающее правило остается фиксированным, а в процессе обучения постепенно растет размерность пространства.

Тот факт, что в методе предельных упрощений на каждом шаге формирования пространства, т. е. при каждом конкретном значении $n$ действует всегда одно и то же решающее правило вида (7), (8), сильно уменьшает число $N$ событий в классе $S(\alpha)$. Объясняется это тем, что при каждом конкретном значении $n$ параметр $\alpha$ принимает только одно единственное значение, а значит, число событий в классе зависит только от размерности пространства $n$, а положение разделяющей плоскости в пространстве любой размерности строго фиксировано. При каждом значении $n$, независимо от состава выборки, можно построить только одно решающее правило, выделяющее из всех $2^n$ возможных одну вершину единичного гиперкуба. Тип признака, используемого при формировании пространства, т. е. выбранное решающее правило ((7) или (8)), обусловливает класс объектов, сосредоточиваемых в выделенной вершине. Это могут быть объекты, у которых одновременно присутствуют все $n$ признаков (т. е. все составляющие пространства равны 1), либо только те объекты, у которых нет ни одного из выбранных признаков (т. е. все составляющие пространства равны нулю). Состав случайной и независимой выборки влияет на процесс обучения. Он может остановиться при любом значении $n_0$, но если разделение конкретной обучающей выборки наступило в $n$-мерном пространстве ($n_0 = 1, 2, \ldots, n$), то число $N$ всевозможных решающих правил в классе не должно превышать числа всех подмножеств множества, состоящего из $n$ элементов, т. е.

$$N < C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n. \tag{9}$$

Если же $n$ признаков выбирается из $m$ свойств объектов, то число событий в классе не будет превышать

$$N = 2^n C_m^n. \tag{10}$$

Можно показать, что

$$\ln N < n + (m - n) \ln \frac{m}{m - n}. \tag{11}$$

Поэтому если по МПУ построено $n$-мерное пространство признаков после перебора $m$ свойств и в этом пространстве решающие правила (7) или (8) безошибочно разделяют обучающую последовательность длины $l$, то с вероятностью $1 - \eta$ можно утверждать, что вероятность ошибочной классификации не превышает

$$\varepsilon = \left(n + (m - n) \ln \frac{m}{m - n} - \ln \eta\right) \Big/ l. \tag{12}$$

Если же все $m$ свойств являются признаками и если в пространстве этих признаков решающие правила (7) или (8) безошибочно разделяют обучающую последовательность длины $l$, то с вероятностью $1-\eta$ можно утверждать, что вероятность ошибочной классификации не превышает $\varepsilon = (n - \ln\eta)/l$ (13).

Соотношение (13) указывает на преимущество МПУ по сравнению с другими методами, основанными на построении в процессе обучения разделяющей поверхности в случайно выбранных пространствах. Преимущество состоит в том, что вероятность ошибки даже линейных решающих правил, действующих в бинарных пространствах, составляющие которых выбраны случайно, обусловлена квадратом размерности пространства, в то время как в МПУ она зависит от первой степени размерности пространства. Причем в этом методе непрерывные пространства не расширяют класс случайных событий $S$, так как в нем предусмотрена предварительная бинаризация пространства [4].

Можно указать длину обучающей последовательности, при которой с вероятностью $(1-\eta)$ гарантируется вероятность ошибки, не превышающая $\varepsilon$:

$$l \geqslant \frac{n + (m-n)\ln\dfrac{m}{m-n} \ln\eta}{\varepsilon} \qquad (14)$$

или при $n = m$

$$l \geqslant (n - \ln\eta)/\varepsilon. \qquad (15)$$

При фиксированном $m$ самое неблагоприятное значение $n$ определяется из соотношения

$$\arg\max_n C_m^n = \frac{m}{2}. \qquad (16)$$

При этом максимальная вероятность ошибки при самом неблагоприятном соотношении между $m$ и $n$, т. е. $n = m/2$, не будет, согласно (12), превышать $\varepsilon = (m - \ln\eta)/l$ (17).

Сопоставление соотношений (6) и (17), показывает, что в самом неблагоприятном случае МПУ имеет преимущество перед линейными решающими правилами, минимизирующими эмпирический риск в случайно выбранных пространствах, размерность которых равна $n_*$, если $m < n_*^2$. И только тогда, когда в процессе формирования пространства выбрано $n$ признаков из $m \geqslant n_*^2$, решающее правило, построенное согласно МПУ, начинает уступать эмпирически оптимальным линейным правилам, действующим в пространствах случайно выбранных свойств.

Если обучающая последовательность не может быть безошибочно разделена выбранным решающим правилом, то в общем случае справедлива теорема.

**Теорема.** *Если в $n$-мерном бинарном пространстве решающее правило совершает $\nu$ ошибок при классификации обучающей последовательности длины $l$, то с вероятностью $1-\eta$ можно утверждать, что* *вероятность ошибочной классификации меньше* $\nu+\varepsilon$, *где* $\varepsilon = \sqrt{(\ln N - \ln \eta)/l}$ **(18).** Здесь $N$ — число всевозможных правил заданного класса, которые можно построить в пространстве заданной размерности.

Для МПУ $\ln N$ определяется соотношением (11), в то время как для линейного решающего правила, действующего в пространстве случайных бинарных свойств, $\ln N \leqslant n^2$.

Учитывая соотношение (11) и приведенную теорему, можно утверждать следующее. Если в $n$-мерном пространстве признаков, построенном после перебора $m$ свойств по методу МПУ, на обучающей последовательности длины $l$ решающие правила (7) или (8) совершают ошибки с частотой, не превышающей $\nu$, то ошибочная классиффикация с вероятностью $1-\eta$ будет отличаться от $\nu$ не более чем на $\varepsilon$:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{n+(m-n)\ln\dfrac{m}{m-n} - \ln\eta}{l}}. \tag{19}$$

Рассмотрим соотношение

$$\left(\nu + \sqrt{\frac{\ln N^* - \ln\eta}{l}}\right) \geqslant \frac{\ln N^{**} - \ln\eta}{e}, \tag{20}$$

где $N^*$ соответствует решающему правилу, работающему с частотой ошибок $\nu$; $N^{**}$ — безошибочно разделяющему обучающую последовательность длины $l$.

Известно [1], что если вместо линейного правила используется кусочно-линейное и оно безошибочно разделяет обучающую выборку длины $l$, то в соотношении (6) вместо $n$ следует выбирать $n_* = nk + k$ (21), где $k$ — число линейных решающих правил, составляющих искомое кусочно-линейное правило.

С помощью соотношений (20) и (21) можно выяснить, стоит ли усложнять решение, если линейное правило в пространстве размерности $n$ не обеспечивает безошибочного разделения обучающей выборки.

Рассмотрим подстановку вида $\ln N^* = n + (m-n)\ln\dfrac{m}{m-n}$; $\ln N^{**} = (kn+k)^2$ **(22).**

В этом случае усложнение решающего правила, определяемое числом $k$, не снижает вероятности ошибки, если выполняется соотношение (20) после подстановки (22). Из этого условия можно найти такое значение $k$, выше которого теряет всякий смысл усложнение решающего правила, действующего в пространстве признаков размерности $n$:

$$k^* < \sqrt{\frac{l\left(\nu + \dfrac{\sqrt{n+(m-n)\ln\dfrac{m}{m-n} - \ln\eta}}{l}\right)}{n^2+2n+1}}. \tag{23}$$

Предположим, что проверены все $m$ свойств и не найдено достаточное количество признаков, при которых обучающая последовательность будет безошибочно разделена линейным решающим правилом. Тогда, сделав подстановку

$$\ln N^* = n + (m - n)\ln\frac{m}{m-n}; \quad \ln N^{**} = (n+1) + (m-n)\ln\frac{m+1}{m-1}, \tag{24}$$

можно ответить на вопрос, стоит ли попытаться найти еще какое-либо свойство объектов в надежде на то, что оно будет признаком и приведет к линейному разделению обучающей последовательности. Если при подстановке (24) наступит линейное разделение, а соотношение (20) окажется выполненным, то новое свойство объекта будет полезным даже тогда, когда не будет достигнуто линейное разделение обучающей последовательности, но будет выполнено соотношение

$$\left(\nu + \sqrt{\frac{\ln N^* - \ln\eta}{l}}\right) > \left(\nu^* + \sqrt{\frac{\ln N^{**} - \ln\eta}{l}}\right) \tag{25}$$

с учетом подстановки (24). Здесь $\nu^*$ — доля ошибочных ответов, полученных линейным правилом с учетом нового свойства.

Из соотношения (25) вытекает, что расширение пространства оправдано тогда, когда

$$(\nu - \nu^*) > \left(\sqrt{\frac{\ln N^{**} - \ln\eta}{l}} - \sqrt{\frac{\ln N^* - \ln\eta}{l}}\right). \tag{26}$$

Это значит, что расширение пространства имеет смысл, если уменьшение частоты ошибок на обучающей последовательности будет больше, чем увеличение их вероятности, т. е. уменьшение эмпирического риска должно быть больше ухудшения экстраполяционных свойств решающего правила, возникающего в результате его усложнения.

Сравним по этому параметру МПУ с самым хорошим, в смысле его экстраполяционных свойств, правилом, т. е. с линейным решающим правилом, для которого $\ln N = n^2$. Предположим, что в обоих случаях размерность пространства $n$ повысилась на единицу, но в первом случае такое расширение произошло за счет случайного свойства объектов, а во втором — за счет признака. Рассмотрим отдельно правую часть неравенства (26) с учетом того, что

$$\ln N^{**} = (n+1)^2, \text{ а } \ln N^* = n^2,$$

$$\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\sqrt{n^2 + 2n + 1 - \ln\eta} - \sqrt{n^2 - \ln\eta}\right). \tag{27}$$

Для МПУ аналогично разность имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{l}}\sqrt{n + 1\,(m-n)\ln\frac{m+1}{m-n} - \ln\eta} - \sqrt{n + (m-n)\ln\frac{m}{m-1} - \ln\eta}. \tag{28}$$

Из соотношений (26) и (27) можно заметить, что правая часть (26) зависит от разности

$$n^2 + 2n + 1 - \ln\eta - n^2 + \ln\eta = 2n + 1. \tag{29}$$

Учитывая (28), можно прийти к аналогичному соотношению для МПУ, т. е.

$$n + 1 + (m - n)\ln\frac{m+1}{m-n} - \ln\eta - n(m-n)\ln\frac{m}{m-n} + \\ + \ln\eta = (m-n)\ln\frac{m+1}{m} + 1. \qquad (30)$$

В пределе

$$\lim_{m\to\infty}\left(1 + (m-n)\ln\frac{m+1}{m}\right) = 1. \qquad (31)$$

Формулы (30) и (31) указывают на то, что разности, определяющие правую часть соотношения (26), при условии применения МПУ очень слабо зависят от $m$ и $n$, в отличие от случая применения оптимального линейного правила, действующего в случайно выбранном пространстве, когда разность, согласно (29), существенно зависит от $n$.

Таким образом, при увеличении $n$ и $m$ практически не ухудшаются экстраполяционные свойства МПУ, тогда как любые другие решающие правила, действующие в случайных пространствах, достаточно чувствительны к расширению пространства. В том и другом случае самое малое улучшение частоты ошибки не меньше $1/l$. Так как при этом по крайней мере еще один элемент обучающей последовательности классифицируется правильно, а ухудшение экстраполяционных свойств решающих правил в обоих случаях равно $(1/\sqrt{l})/c$ (32). Но для МПУ $c \sim 1$, а для самого простого, а значит, обладающего самыми лучшими экстраполяционными свойствами решающего правила действующего в случайно выбранном бинарном пространстве, $c \sim 2n + 1$ (33).

Это свойство МПУ дает ему заметные преимущества перед методами, действующими в случайно построенных пространствах.

**Список литературы**: 1. *Вапник В. Н., Червоненкис А. Я.* Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения) — М., 1974.— 415 с. 2. *Вапник В. Н.* Восстановление зависимостей по эмпирическим данным— М., 1979. 448 с. 3. *Васильев В. И.* Конструирование пространств в процессе обучения распознаванию образов // Автоматика.— 1982.— № 5.— С. 18—27. 4. *Васильев В. И. и др.* Конструирование смешанных пространств в процессе обучения распознаванию образов / В. И. Васильев, Ф. П. Овсянникова, Р. И. Цой // Автоматика.— 1985.— № 5.— С. 3—8.

*Поступила в редколлегию 11.12.86*

УДК 510.62

*Н. Н. РОМАНОВСКАЯ, Н. В. ШАРОНОВА*, канд. техн. наук

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕМАНТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПРОЦЕССА ТЕРМИНОЛОГИЗАЦИИ

(на материале лексических единиц цветообозначения английского языка)

Методами семантического анализа [1] установлено, что терминологизация представляет собой направленное изменение семантической структуры, которое происходит не только в сфере терминологии, но является процессом начинающимся, завершающимся или переходящим во всей массе языка, протекающим конкретно по каждой отдельной лексической единице или в группах тематически родственных лексических единиц.

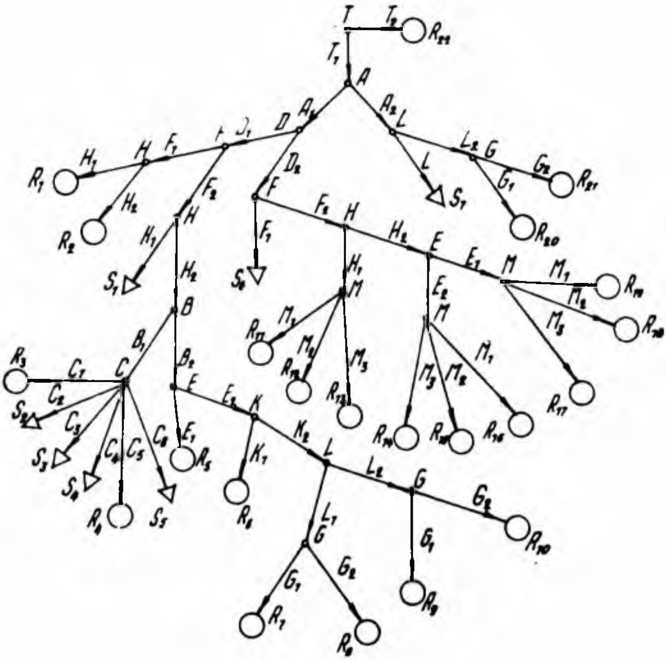
Исследование процесса терминологизации дает возможность утверждать, что целесообразно рассматривать лексическую единицу — нетермин в качестве исходного элемента процесса терминологизации, а термин — как результат осуществившегося процесса. Под процессом терминологизации здесь понимается совокупность семантических и структурных механизмов, содействующих целенаправленному изменению, в первую очередь, плана содержания лексической единицы, ее семантической структуры

Целью данной работы является построение математической модели процесса терминологизации (формальное описание его семантических закономерностей) на материале лексических единиц цветообозначения общелитературного английского языка (ЛЕЦО). Математическое моделирование ведется с использованием алгебры конечных предикатов [2] и реляционного метода описания семантики.

При построении модели процесса терминологизации самым важным и сложным этапом является введение и обоснование полной, непротиворечивой и несократимой системы признаков, адекватно отображающей связи и отношения в исследуемом процессе. Признаки — суть формализованное представление совокупных связей, которыми объединяются структурные и семантические процессы, сопровождающие терминологизацию. Закономерности процесса терминологизации описываются нами системой признаков, сформированной по методике работы [3] для естественного языка и позволяющей описывать средствами алгебры конечных предикатов множество конечных отношений, присущих процессу изменения лексических единиц цветообозначения при терминологизации.

Основные задачи, возникающие при решении данной проблемы, следующие: 1) выделение множества элементарных смысловых оттенков, характеризующих тот или иной процесс в терминологизации и не поддающихся дальнейшему расчленению; 2) формирование признаков из этих оттенков по указанной методике; 3) описание закономерностей процесса терминологизации уравнениями, содержащими в качестве переменных значения выделения признаков.

Анализ признаков процесса терминологизации показал наличие определенной зависимости одних признаков от других, что отражает дерево структурно-семантических зависимостей (рисунок). Так, признак семантических механизмов $M$ связан с признаком передвижения исследуемых единиц в пространстве семантического поля цветообозначения и демонстрирует связь на уровне микроструктуры — семантической структуры ЛЕЦ — и макроструктуры: зоны семантического поля цветообозначения.



Некоторые структурно-семантические признаки могут идти раньше или позже других. Связи между выделенными признаками могут быть различными, иногда наблюдается зависимость не от значения признака, а от его наличия, т. е. признаки обладают некоторой свободой перемещения по дереву семантических зависимостей, но в определенных пределах. Обнаруженные порядок, подчиненность одних признаков другим, иерархия признаков позволяют некоторым образом расчленить единое сложное отношение — процесс терминологизации с тем, чтобы по возможности лучше и точнее описать систему более мелких отношений, затем собрав их в общее структурно-семантическое отношение, представляющее собой математическую модель процесса терминологизации.

Для построения модели вводим следующие признаки (рисунок). Признак наличия процесса терминологизации $T$ со значениями $T_1$ — да, $T_2$ — нет. Этот признак является фиксированным для рассматриваемой задачи и равен $T_1$. Признак прогнозированности $A$ со значениями $A_1$ — прогнозируемый и $A_2$ — непрогнозируемый — выводит на конкретное множество лингвистических единиц (2063 ЛЕЦ), на которых процесс терминологизации изучается. При этом фиксируется $A = A_1$. Эти 2063 ЛЕЦ трактуются нами как прогнозируемый исходный лексический материал по тематике цветообозначений для миграции в терминосистемы в качестве ЛЕЦт (термины), которые нами далее будут формально описаны.

Наличие значения $A_2$ признака $A$ делает очевидным интересное лингвистическое явление: даже при малой статистической представленности непрогнозируемых ЛЕЦт их возникновение является показательным В исходных ЛЕЦо данных ЛЕЦт не зафиксировано вхождение понятия цвета в их сигнификативное значение. Появление цветового блока в семантической структуре данных ЛЕЦт в рамках терминологии указывает на глубинные семантические процессы, которые не всегда могут быть охвачены анализом.

Признак $D$ включен в систему признаков по аналогии с понятиями «содержание и форма», как это понимается в марксистско-ленинской философии. Признак $D$ выделяет форму и содержание, план выражения и план содержания, структуру $D_1$ и семантику $D_2$. Введение признака $D$ не разрывает форму и содержание, показывает, что специфика их изменения в процессе терминологизации различна. Выделение значений $D_1$ и $D_2$ признака $D$ необходимо а) для выявления роли структурных и семантических признаков в процессе терминологизации; б) для детализации формального описания данного процесса. Рассмотрим ветвь, образованную значением $D_1$ (структура).

Вводим признак идентичности $F$ со значениями $F_1$ — да, $F_2$ — нет, разбивающий прогнозированные 2063 ЛЕЦо на два подмножества — сохранившие структурную форму (слово — слово, сложное слово — сложное слово, словосочетание — словосочетание) и не сохранившие структурную форму. Вслед за признаком идентичности вводится связанный с ним признак $H$ — простота — составность со значениями $H_1$ — простота, $H_2$ — составность. Концевая вершина $R_1$ (рисунок) представляет группу ЛЕЦт — несоставных, сохранивших свою структурную форму: violet — фиолетовый цвет побежалости, to blue — воронить, to bleack — травить поверхность кислотой до побеления, achromatic — ахроматичный.

Треугольник, обозначенный $S_1$, соответствует концевой вершине, не имеющей языкового словарного подтверждения, так как форма простого слова должна быть либо тождественна сама себе, либо не может быть проанализирована по данному признаку. На рисунке $S_1$, $S_2$, ..., $S_7$ — пустые множества.

Далее вводим признак $B$ — признак наличия и качества структурного перехода со значениями $B_1$ — структурный переход, $B_2$ — переход другого вида, характеристика по функциям составляющих. Исходных структурных форм в английском языке три: слово, сложное слово, словосочетание. Теоретически возможны шесть комбинаций перехода, поэтому у признака вида структурного перехода $C$ шесть значений: $C_1$ — переход «слово — словосочетание», $C_2$ — «словосочетание — слово», $C_3$ — «сложное слово — слово», $C_4$ — «слово — сложное слово», $C_5$ — «словосочетание — сложное слово», $C_6$ —«сложное слово — словосочетание». Однако на практике выявляются лишь два возможных перехода: 1) «словосочетание — сложное слово» ($R_3$) — соответствует данным работы [4] о стремлении английского словосочетания к интеграции; 2) «слово — словосочетание» ($R_4$) — раскрывает закономерность терминологизации при условии, что если она сопровождается сочетанием прогнозируемой ЛЕЦо не с уникальным термином терминосистемы.

Закономерности, приводящие к $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$, практически не реализованы в корпусе ЛЕЦ, кроме того, они не характерны для структурного строя английского языка. Однако с теоретической точки зрения они представляют несомненный интерес, поскольку позволяют исследовать даже нереализованные, но потенциально возможные явления в языке.

Следующий признак $E$ — признак функции составляющих — имеет значения $E_1$ — ядро и $E_2$ — адъюнкт. Ядро и адъюнкт — взаимозависимые, взаимовлияющие компоненты словосочетания. Характеристики адъюнкта есть важнейшие параметры, обусловливающие терминологизацию словосочетания. Дальнейшая конкретизация требует введения следующего признака: $K$ — признак характеристики адъюнкта со значениями $K_1$ — уникальный, $K_2$ — общий. Значения признака $K$ введены вслед за работами [5,6]. Вершина $R_6$ может быть проиллюстрирована следующими примерами: «sullituminous coal» — бурый уголь, «salmon annealing» — оранжевый цвет каления металла, «fagger's tin» — белая кость, «diaso red» — красный краситель «диазо», «vitiol green» — железный купорос.

Значение $K_2$ признака $K$ влечет за собой введение $L$ — признака лексического значения. Этот признак имеет два значения: $L_1$ — ЛЕЦ и $L_2$ — не ЛЕЦ. Такое разветвление процесса терминологизации приводит к необходимости введения следующего признака $G$ — признака приядерной характеристики — со значениями $G_1$ — «при ядре ЛЕЦ» и $G_2$ — «при ядре не ЛЕЦ». Вершина $R_7$ иллюстрируется примерами: «olive copper», «green copper» — оливенит, мышьяково-медная руда, «red antimony» — красная сурьмяная руда, «red cobalt» — кобальтовые цветы, эритрин и др. Эти примеры являются собственно языковыми терминами и при анализе никогда не указывают на неизоморфность плана содержания и плана выражения лексических единиц.

Опишем структурную часть ($D = D_1$) дерева зависимостей урав нениями алгебры конечных предикатов, используя введенные при знаки $T_1A_1D_1F_1H_1 = R_1$; $T_1A_1D_1F_1H_2 = R_2$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_1C_1 = R$ $T_1A_1D_1F_2H_2B_1C_5 = R_4$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_1 = R_5$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_2K_1 = R_6$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_2E_2K_2L_1G_1 = R_7$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_2K_2L_1G_2 = R_8$; $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_2K_2L_2G_1 = R_9$: $T_1A_1D_1F_2H_2B_2E_2K_2L_2G_2 = R_{10}$; (

Эти уравнения могут быть дополнены уравнениями $S_1$, $S_2$, ..., $S$ для пустых множеств.

Семантическая часть дерева зависимостей ($D = D_2$) нуждаетс в объяснении еще одного признака $M$ — признака семантически механизмов. Он имеет три значения: $M_1$ — аннигиляция и перехо за пределы поля, $M_2$ — перестройка и отсутствие движения в пол

$M_3$ — гипертрофия и переход в ядро поля. Вершины $R_{11}$, $R_{13}$, $R_{14}$, $R_{16}$, $R_{17}$, $R_{19}$, представляющие механизмы аннигиляции и гипертрофии, имеют дополнительные характеристики, выявленные при анализе макроструктуры — семантического поля (1) — и указывающие на движение ЛЕЦт в семантическом поле цветообозначения в результате перестройки семантической структуры ЛЕЦо в процессе терминологизации. Механизм «перестройка» характеризуется неподвижностью в пространстве семантического поля цветообозначения.

Для семантической части дерева зависимостей записываем следующие уравнения $T_1A_1D_2F_2H_1M_1 = R_{11}$; $T_1A_1D_2F_2H_1M_2 = R_{12}$; $T_1A_1D_2F_2H_1M_3 = R_{13}$; $T_1A_1D_2F_2H_2E_2M_3 = R_{14}$; $T_1A_1D_2F_2H_2F_2M_2 = R_{15}$; $T_1A_1D_2F_2H_2E_2M_1 = R_{16}$; $T_1A_1D_2F_2H_2E_1M_3 = R_{17}$; $T_1A_1D_2F_2H_2E_1M_2 = R_{18}$; $T_1A_1D_2F_2H_2E_1M_1 = R_{19}$ (2).

Эти уравнения могут быть дополнены уравнениями для $S_6$ и $S_7$: $T_1A_1D_2F_1 = S_6$, $T_1A_2L_1 = S_7$.

Построенная модель процесса терминологизации представляет собой систему уравнений алгебры конечных предикатов, отражающую полную картину семантических закономерностей исследуемого процесса на материале лексических единиц цветообозначения английского языка.

**Список литературы:** 1. *Романовская Н. Н.* Семантические механизмы терминологизации в английском языке (на материале лексических единиц цветообозначения): Дис. ... канд. филол. наук.— К., 1986.— 284 с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства.— Х., 1984.— 175 с. 3. *Бондаренко М. Ф., Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* О математическом описании естественного языка // Пробл. бионики.— 1981.— Вып. 27.— С. 9—13. 4. *Квиселевич Д. И.* Интеграция английского словосочетания в сложное слово // Филологические науки.— 1985.— № 2.— С. 82—86. 5. *Моисеев А. И.* Специальные термины и языковая непрерывность. Семиотические проблемы языков науки, терминологии и информатики.— М., 1971.— С. 311—315. 6. *Воскресенская Л. И.* Смысловая структура английских технических терминов: Автореф. дис. .... канд. филол. наук.— М., 1980.— 22 с.

*Поступила в редколлегию 19.12.86.*

УДК 510.62

*С. Ю. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, Н. В. ШАРОНОВА*, канд. техн. наук

## О КВАНТОРНОЙ АЛГЕБРЕ КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТОВ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА

С помощью предикатов произвольного порядка и алгебраической системы для их формульного описания, названной конечной алгеброй [1], опишем некоторые логические понятия и понятия теории отношений. Введем в конечной алгебре *квантор общности* $\forall xP(x)$ и *квантор существования* $\exists xP(x)$ для предиката $P(x)$. Полагаем

$$\forall xP(x) = P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \ldots \wedge P(a_k), \quad (1)$$

$$\exists xP(x) = P(a_1) \vee P(a_2) \vee \ldots \vee P(a_k). \quad (2)$$

При записи этих формул принято, что переменная $x$ задана в конечной алгебре на множестве $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$.

Если конечная алгебра понимается как универсальная [2], то только что приведенное определение кванторов становится неэффективным. Дело в том, что области задания для переменных универсальной алгебры четко не очерчены. Отсюда правые части формул (1), (2) должны содержать неопределенно большое число конъюнктивных и дизъюнктивных членов, и поэтому они не могут быть фактически записаны. Эффективное определение кванторов для универсальной алгебры достигается введением фиксированной области $M = \{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_p\}$ для связанной переменной $x$. По определению принимаем

$$\forall x (x \in M \supset P(x)) = P(\sigma_1) \wedge P(\sigma_2) \wedge \ldots \wedge P(\sigma_p), \tag{3}$$

$$\exists x (x \in M \wedge P(x)) = P(\sigma_1) \vee P(\sigma_2) \vee \ldots \vee P(\sigma_p). \tag{4}$$

Здесь принято $x \in M = x^{\sigma_1} \vee x^{\sigma_2} \vee \ldots \vee x^{\sigma_p}$ **(5).** Все приведенные ниже результаты записаны на языке универсальной алгебры с использованием определений (3) и (4).

*Принадлежность элемента $x$ множеству $X$* может быть определена следующим образом: $x \in X = \exists F (F \in M \wedge x \in F \wedge X^F)$ **(6).** Здесь $F$ — произвольное множество, на котором задана переменная $x$. *Включение* и *равенство множеств* определяются в конечной алгебре равенствами

$$X \subseteq Y = \forall x (x \in X \supset x \in Y) \quad \mathbf{(7)}, \quad (X = Y) = X \subseteq Y \wedge Y \subseteq X \quad \mathbf{(8)}.$$

*Пересечение* $X \cap Y$, *объединение* $X \cup Y$, *разность* $X \setminus Y$ и *симметрическая разность* $X \dot{-} Y$ *множеств* $X$ и $Y$ определяются в конечной алгебре равенствами

$$x \in (X \cap Y) = x \in X \wedge x \in Y \quad \mathbf{(9)}, \quad x \in (X \cup Y) = x \in X \vee x \in Y \quad \mathbf{(10)},$$

$$x \in (X \setminus Y) = x \in X \ominus x \in Y \quad \mathbf{(11)}, \quad x \in (X \dot{-} Y) = x \in X \oplus x \in Y \quad \mathbf{(12)}.$$

*Система* $2^M$ *всех подмножеств множества* $M$ может быть определена предикатом $x \in 2^M = \forall F (F \subseteq M \supset X^F)$ **(13).** Формула (13) дает правильный результат, если область $M$ изменения переменной $X$ охватывает множество $2^M$, т. е. $2^M \subseteq M$. *Декартово произведение* $M_1 \times M_2 \times \ldots M_n$ *множеств* $M_1, M_2, \ldots, M_n$ определяем предикатом $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in M_1 \times M_2 \times \ldots \times M_n = x_1 \in M_1 \wedge x_2 \in = M_2 \wedge \ldots \wedge x_n \in M_n$. **(14)**

*Отношение эквивалентности на* $M \times M$ определяем предикатом $E(x, y)$, удовлетворяющим условиям *рефлексивности* $\forall x (x \in M \supset E(x, x)) = 1$ **(15)**, *симметричности* $\forall x \forall y (x, y \in M \supset (E(x, y) \supset E(y, x))) = 1$ **(16)** и *транзитивности* $\forall x \forall y \forall z (x, y, z \in M \supset (E(x, y) \wedge E(y, z) \supset E(x, z))) = 1$. **(17).** *Разбиение* $R$ *множества* $M$, *порождаемое эквивалентностью* $E$, может быть найдено по формуле

$$R(X(x)) = \exists y (y \in M \wedge X(x)^{E(x, y)}). \tag{18}$$

Рассмотрим функцию $S: M \to R$, которая ставит в соответствие элементу $x \in M$ класс смежности $X$ разбиения $R$. Функцию $X = S(x)$

назовем *характеристической функцией эквивалентности*, порождаемой разбиением $R$. Ее можно определить по формуле $(X = S(x)) = \exists G (G \in R \wedge x \in G \wedge X^G)$ **(19)**. Вводя предикат $S(x, X) = (X = S(x))$, выразим *эквивалентность* $E$, *порождаемую разбиением* $R$: $E(x, y) = \exists X (X \in R \wedge (S(x, X) \sim S(y, X)))$ **(20)**. Формулы (19) и (20), вместе взятые, позволяют выразить эквивалентность $E$ через порождающее ее разбиение $R$.

*Систему* $V$ *всех разбиений* $\varkappa$ *множества* $M$ зададим предикатом

$$V(\varkappa) = \forall R (R \subseteq 2^M \wedge A(R) \wedge B(R) \wedge C(R) \supset \varkappa^R). \tag{21}$$

В этой формуле предикаты $A$, $B$, $C$ выражают характеристические свойства разбиения $R$ множества $M$. Предикат $A(R) = \forall X (X \in R \supset X \neq \varnothing)$ **(22)** означает, что разбиение $R$ не содержит пустых множеств. Предикат $B(R) = \forall X \forall Y (X, Y \in R \wedge X \neq Y \supset X \cap Y \neq \varnothing)$ **(23)** означает, что множества разбиения $R$ попарно не пересекаются. Предикат $C(R) = \forall x (x \in M \supset \exists X (x \in X \wedge X \in R)) \wedge \forall X (X \in R \supset X \subseteq M)$ **(24)** означает, что объединение всех множеств разбиения $R$ совпадает с множеством $M$.

Рассмотрим предикаты второго порядка простейшего вида $P(X(x))$ с областью задания $M$, представляющей собой семейство всех одноместных предикатов, заданных на конечном множестве букв $M = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$. Согласно формуле (3) из работы [3] любой предикат можно представить в виде совершенной дизъюнктивной нормальной формы:

$$P(X(x)) = \bigvee_{P(\Omega(x))=1} X(x)^{\Omega(x)}. \tag{25}$$

Здесь $X(x)^{\Omega(x)}$ — предикат второго порядка узнавания фиксированного предиката первого порядка $\Omega(x)$. В правой части равенства (25) логическое суммирование ведется по всевозможным предикатам $\Omega(x)$, удовлетворяющим условию $P(\Omega(x)) = 1$. Аналогичным образом согласно формуле (30) из работы [3] произвольный предикат можно представить в виде совершенной конъюнктивной нормальной формы:

$$P(X(x)) = \bigwedge_{P(\Omega(x))=0} X(x)^{\overline{\Omega(x)}}. \tag{26}$$

В правой части равенства (26) логическое перемножение ведется по всевозможным предикатам $\Omega(x)$, удовлетворяющим условию $P(\Omega(x)) = 0$.

В рамках дизъюнктивной алгебры предикаты вида $X(x)^{\Omega(x)}$ **(27)** являются элементарными. Однако в другой алгебраической системе они могут оказаться неэлементарными. В такой системе предикаты вида (27) можно будет записать некоторой формулой, выразив их через иные элементарные предикаты. Искомую формулу, выражающую предикаты вида (27), получим, пользуясь понятием квантора общности. Это позволит в дальнейшем естественным образом подойти к построению кванторной алгебры конечных предикатов.

Квантором общности предиката $X(x)$, заданного на области $M = \{a_1 a_2, \ldots, a_k\}$, называют выражение $\forall x X(x) = X(a_1) X(a_2) \ldots \ldots X(a_k)$ **(28)**. Имеет место следующее равенство:

$$X(x)^{\Omega(x)} = \forall x (X(x) \sim \Omega(x)). \tag{29}$$

Действительно, если $X(x)^{\Omega(x)} = 1$, то $X(x) \equiv \Omega(x)$, откуда следует $\forall x (X(x) \sim \Omega(x)) = 1$. Если же $X(x)^{\Omega(x)} = 0$, то $X(x) \not\equiv \Omega(x)$, а значит $\forall x (X(x) \sim \Omega(x)) = 0$.

Нетрудно видеть, что при фиксированном значении переменной $x$

$$X(x) \sim \Omega(x) = \begin{cases} X(x), & \text{если } \Omega(x) = 1, \\ \overline{X(x)}, & \text{если } \Omega(x) = 0. \end{cases} \tag{30}$$

Обозначая $X(x) = X^1(x)$, $\overline{X(x)} = X^0(x)$ **(31)**, согласно (29), имеем

$$X(x)^{\Omega(x)} = X^{\Omega(a_1)}(a_1) \cdot X^{\Omega(a_2)}(a_2) \cdot \ldots \cdot X^{\Omega(a_k)}(a_k). \tag{32}$$

Формула, стоящая в правой части равенства (32), задает предикаты вида (27) в некоторой новой алгебраической системе. В ней операции отрицания и конъюнкции действуют на выражения $X(a_1)$, $X(a_2)$, $\ldots$, $X(a_k)$. Выражения $X(a_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ — это предикаты второго порядка $a_i(X(x))$, определяемые следующим образом:

$$a_i(X(x)) = \begin{cases} 1, & \text{если } X(a_i) = 1, \\ 0, & \text{если } X(a_i) = 0, \end{cases} \tag{33}$$

проще говоря, $a_i(X(x)) = X(a_i)$ **(34)**. Подставляя (32) в (25), получаем

$$P(X(x)) = \bigvee_{P(\Omega(x))=1} X^{\Omega(a_1)}(a_1) \cdot X^{\Omega(a_2)}(a_2) \cdot \ldots \cdot X^{\Omega(a_k)}(a_k). \tag{35}$$

Более кратко равенство (35) можно записать с использованием квантора общности:

$$P(X(x)) = \bigvee_{P(\Omega(x))=1} \forall x X^{\Omega(x)}(x). \tag{36}$$

Правая часть равенства (36) — произвольный предикат второго порядка $P(X(x))$ в некоторой алгебраической системе, которую мы назовем *кванторной алгеброй конечных предикатов второго порядка*. Как видно из формулы (34), в этой алгебре в роли элементарных предикатов выступают предикаты второго порядка $X(a_1)$, $X(a_2)$, $\ldots$, $X(a_k)$, а в роли элементарных операций — отрицание, конъюнкция и дизъюнкция предикатов.

Подставляя (32) в (26), получаем другой способ представления произвольного предиката второго порядка $P(X(x))$ в кванторной алгебре:

$$P(X(x)) \bigwedge_{P(\Omega(x))=0} \overline{\exists x X^{\Omega(x)}}(x). \tag{37}$$

Кванторную алгебру конечных предикатов второго порядка определяем как булеву алгебру. В качестве основного множества в ней используем систему $N$ всех одноместных предикатов второго порядка

$N = \{P_1(X(x)),\ P_2(X(x)),\ \ldots,\ P_{2^{2(k)}}(X(x))\}$. В роли нуля — тождественно равный нулю предикат. На множестве $N$ определяем операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Понятие формулы в кванторной алгебре индуктивно определяем с помощью следующих правил: 1) символы 0 и 1 называем формулами; 2) выражения $X(a_1)$, $X(a_2)$, ..., $X(a_k)$ называем формулами; 3) если выражения $A$ и $B$ — формулы, то формулами называем также выражения $\bar{A}$, $(A \vee B)$ и $(A \wedge B)$.

Каждую формулу интерпретируем как некоторый фиксированный конечный предикат второго порядка. Закон соответствия между формулами и обозначаемыми ими предикатами определяем следующими правилами. 1) Формула 0 обозначает предикат, тождественно равный нулю. 2) Формула 1 обозначает предикат, тождественно равный единице. 3) Формула $X(a_i)$ ($i = 1, 2, \ldots, k$) обозначает предикат второго порядка $P(X(x))$, обращающийся в единицу на всех предикатах первого порядка, для которых $X(a_i) = 1$, и в нуль — на остальных. 4) Пусть формула $A$ обозначает предикат $P(X(x))$, а формула $B$ — предикат $Q(X(x))$. Тогда формула $\bar{A}$ обозначает предикат, равный нулю для всех тех значений аргумента $X(x)$, при которых $P = 1$, и равный единице — в остальных случаях; формула $(A \vee B)$ обозначает предикат, равный нулю для всех тех значений аргумента, при которых $P = 0$, $Q = 0$, и равный единице — для остальных значений; формула $(A \wedge B)$ обозначает предикат, равный единице для всех тех значений аргумента, при которых $P = 1$ и $Q = 1$, и равный нулю — для остальных значений.

С каждым предикатом первого порядка $X(x)$ можно взаимно однозначно связать некоторое конечное множество $X$ по следующему правилу: $x \in X$, если $X(x) = 1$; $x \notin X$, если $X(x) = 0$. С каждым предикатом второго порядка $P(X(x))$ можно взаимно однозначно связать некоторую конечную систему конечных множеств $P$ по следующему правилу: $X \in P$, если $P(X(x)) = 1$; $X \notin P$, если $P(X(x)) = 0$. Таким образом, формулами дизъюнктивной алгебры конечных предикатов первого порядка можно описывать конечные множества, а формулами кванторной алгебры конечных предикатов второго порядка — конечные системы конечных множеств. Ниже приводятся примеры формальной записи конечных систем конечных множеств на языке кванторной алгебры конечных предикатов.

**Пример 1.** Записать систему множеств $\{\{a, b\}\}$, состоящую из единственного множества $\{a, b\}$. В качестве множества $M$ принять множество $\{a, b, c, d, e, f\}$.

**Решение.** Используем формулу (35). Ставим в соответствие множеству $\{a, b\}$ предикат $x^a \vee x^b$. Системе множеств $\{\{a, b\}\}$ соответствует предикат второго порядка $P(X(x))$, обращающийся в единицу на предикате $X(x) = x^a \vee x^b$ и в нуль — на всех остальных предикатах с областью задания $M$. Уравнение $P(\Omega(x)) = 1$ имеет единственное решение $\Omega(x) \equiv x^a \vee x^b$. По формуле (35) находим $P(X(x)) = X^{\Omega(a)}(a) \times \times X^{\Omega(b)}(b) \cdot X^{\Omega(c)}(c) \cdot X^{\Omega(d)}(d) \cdot X^{\Omega(e)}(e) \cdot X^{\Omega(f)}(f)$. Вычисляем значения показателей в правой части последнего равенства: $\Omega(a) = a^a \vee a^b = 1$,

$\Omega(b)=1, \Omega(c)=\Omega(d)=\Omega(e)=\Omega(f)=0$. Окончательно имеем: $P(X(x))=$ $=X(a)\cdot X(b)\cdot\overline{X(c)}\cdot\overline{X(d)}\cdot\overline{X(e)}\cdot\overline{X(f)}$ **(а).** В дизъюнктивной алгебре этот же предикат запишется в виде $P(X(x))=X(x)^{x^a\vee x^b}$ **(б)**

**Пример 2.** Принимая $M=\{a, b, c, d\}$, записать систему всех подмножеств множества $\{a, b, c\}$.

**Решение.** Уравнение $P(\Omega(x))=1$ в данном случае имеет 8 решений: $\Omega_1(x)=0$, $\Omega_2(x)=x^a$, $\Omega_3(x)=x^b$, $\Omega_4(x)=x^c$, $\Omega_5(x)=x^a\vee x^b$, $\Omega_6(x)=x^a\vee x^c$, $\Omega_7(x)=x^b\vee x^c$, $\Omega_8(x)=x^a\vee x^b\vee x^c$. В соответствии с этим по формуле (35) находим

$$P(X(x))=\overline{X(a)}\cdot\overline{X(b)}\cdot\overline{X(c)}\cdot\overline{X(d)}\vee X(a)\cdot\overline{X(b)}\cdot\overline{X(c)}\,\overline{X(d)}\vee$$
$$\vee\overline{X(a)}\,X(b)\wedge\overline{X(c)}\cdot\overline{X(d)}\vee\overline{X(a)}\cdot\overline{X(b)}\cdot X(c)\,\overline{X(d)}\vee X(a)\cdot X(b)\times$$
$$\times\overline{X(c)}\cdot\overline{X(d)}\vee X(a)\,\overline{X(b)}\,X(c)\,\overline{X(d)}\vee\overline{X(a)}\cdot X(b)\cdot X(c)\times$$
$$\times\overline{X(d)}\vee X(a)\,X(b)\,X(c)\,\overline{X(d)}.$$

После упрощений получаем $P(X(x))=\overline{X(d)}$ **(в).** В дизъюнктивной алгебре этот же предикат запишется в виде $P(X(x))=X(x)^0\vee X(x)^{x^a}\vee$ $\vee X(x)^{x^b}\vee X(x)^{x^c}\vee X(x)^{x^a\vee x^b}\vee X(x)^{x^a\vee x^c}\vee X(x)^{x^b\vee x^c}\vee X(x)^{x^a\vee x^b\vee x^c}$ **(г).** Сравнивая формулы (а) и (б), а также (в) и (г), записанные для одних и тех же предикатов в кванторной и дизъюнктивной алгебрах, видим, что они неравноценны по сложности. В одних случаях более короткую формулу дает дизъюнктивная алгебра (пример 1, формула (б)), в других — кванторная (пример 2, формула (в)). Недостатком кванторной алгебры по сравнению с дизъюнктивной является то, что ее формулы в ряде случаев утрачивают смысл без задания области $M$ (пример 2, формула (в)), достоинством — «одноэтажность» ее формул.

Рассмотрим теперь предикаты второго порядка $P(X(x), Y(x))$ с областью задания $M\times M$. Согласно формуле (3) из работы [3] имеем следующую СДНФ для предиката $P$:

$$P(X(x),\ Y(x))=\bigvee_{P(\Omega(x),\ \Sigma(x))=1} X(x)^{\Omega(x)}Y(x)^{\Sigma(x)}. \qquad (39)$$

Воспользовавшись формулой (32), получаем

$$X(x)^{\Omega(x)}=\forall xX^{\Omega(x)}(x),\ Y(x)^{\Sigma(x)}=\forall xX^{\Sigma(x)}(x). \qquad (40)$$

Подставляя (40) в (39), находим один из вариантов формульного представления произвольного предиката $P(X(x),\ Y(x))$ в кванторной алгебре

$$P(X(x),\ Y(x))=\bigvee_{P(\Omega(x),\ \Sigma(x))=1}\forall xX^{\Omega(x)}(x)\,Y^{\Sigma(x)}(x). \qquad (41)$$

Другой вариант представления предиката $P$ получаем, отправляясь от его СКНФ:

$$P(X(x), Y(x))=\bigwedge_{P(\Omega(x),\ \Sigma(x))=0}\exists x(X^{\overline{\Omega(x)}}(x)\vee Y^{\overline{\Sigma(x)}}(x)). \qquad (42)$$

**Список литературы:** 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Об алгебре конечных предикатов произвольного порядка // АСУ и приборы автоматики.— 1983.— Вып. 67.— С. 92—98. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Стандартные формы в конечной алгебре // Пробл. бионики.— 1984.— Вып. 33.— С. 3—10. 3. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Формальное описание первичных абстракций математики на языке конечной алгебры // АСУ и приборы автоматики.— 1984.— Вып. 69.— С. 48—54.

*Поступила в редколлегию 17.11.86*

УДК 510.62

*Г. А. ТИМОФЕЕВА*, канд. техн. наук, *С. Ю. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО*

## О КОНЕЧНЫХ ОТНОШЕНИЯХ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОРЯДКА

Благодаря развитию алгебры конечных предикатов первого порядка [1] стало возможным формальное описание абстрактных понятий, которыми пользуется человек в своей интеллектуальной деятельности [1, 2]. При этом обнаружилась настоятельная потребность в разработке алгебр конечных предикатов более высокого порядка, чем первый [2]. Это позволило бы в более компактной и естественной форме математически описывать многочисленные и разнообразные понятия высокой степени абстрактности, широко используемые человеческим интеллектом. В настоящей статье описывается подход к построению алгебры конечных предикатов произвольного порядка, предназначаемой для формального описания различных аспектов интеллектуальной деятельности человека.

Прежде всего введем понятия конечного отношения произвольного порядка, для чего нам потребуется расмотреть конечные математические структуры. Конечные математические структуры являются наиболее общим объектом математического описания в конечной математике. На практике используются три приема при построении математических структур. Первый прием состоит в том, что из объектов, имеющихся в наличии, образуем множество их одноместных наборов. Например, из букв $a$ и $b$ образуем множество $\{(a), (b)\}$ одноместных наборов $(a)$ и $(b)$ этих букв. Наборы объектов (одноместные или многоместные) будем заключать в круглые скобки. Объекты, входящие в состав набора, будем называть *компонентами набора*. Наборы, входящие в состав множества, будем называть *элементами множества*. Множества элементов будем заключать в фигурные скобки. Второй прием состоит в образовании подмножеств из элементов уже имеющегося множества. Например, из элементов $(a)$ и $(b)$ множества $\{(a), (b)\}$ образуем подмножества $\varnothing, \{(a)\}, \{(a), (b)\}$. Третий прием состоит в образовании из имеющихся множеств их декартовых произведений.

*Декартовым произведением* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называют множество всех наборов $(a_1, a_2, \ldots a_n)$, где $(a_1) \in A_1$, $(a_2) \in A_2, \ldots, (a_n) \in A_n$. В дальнейшем для краткости вместо выражения $(a) \in A$ будем писать $a \in A$, а вместо выражения $(a_1), (a_2) \ldots, (a_n)$ будем писать $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Множества $A_1, A_2, \ldots, A_n$ называют *сомножителями декартового произведения*. Пример декартового произведения: $\{a, b\} \times \times \{0,1\} = \{(a, 0), (a, 1), (b, 0), (b, 1)\}$. Для пустого множества принимаем

$A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing$. Декартово произведение ассоциативно $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$, но, вообще говоря, не коммутативно $A \times B \neq B \times A$. Буквами $A$, $B$, $C$ обозначены произвольные множества. Декартово произведение $A^n = A \times A \times \ldots \times A$, в котором одно и то же множество $A$ умножается $n$ раз само на себя, где $n = 1, 2, 3, \ldots$, называют *n-й декартовой степенью множества*. Множество $A^2$ называют *декартовым квадратом множества* $A$, множество $A^3$ — *декартовым кубом множества* $A$. Примеры декартовых степеней множества: $\{0,1\}^1 = \{0,1\}$, $\{0,1\}^2 = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1\}$, $\{0,1\}^3 = \{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0)), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$

Конечные математические структуры образуем с помощью трех описанных выше приемов в следующем порядке. Из *первичных символов* образуем конечное множество их одноместных наборов, называемое *базой шкалы множеств*. Подмножества базы шкалы множеств назовем *множествами первого порядка*. Из множеств первого порядка образуем *декартовы произведения первого порядка*. Подмножества декартовых произведений первого порядка назовем *отношениями первого порядка*. Из отношений первого порядка образуем систему их одноместных наборов. Подмножества этой системы называем *множествами второго порядка*. Из множеств первого и второго порядка образуем *декартовы произведения второго порядка*. Подмножества декартовых произведений второго порядка назовем *отношениями второго порядка*. Образуем систему всех одноместных наборов отношений второго порядка и т. д. При образовании декартовых произведений третьего порядка можно использовать множества первого, второго и третьего порядков.

Образуемая таким способом иерархия множеств называется *шкалой множеств*. Конечные отношения первого, второго и т. д. порядков назовем *конечными математическими структурами*. Элементами отношений служат наборы. Набор $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, состоящий из $n$ компонентов, назовем *n-компонентным набором*. Отношения, состоящие из однокомпонентных наборов, назовем *одноместными*, или *унарными отношениями*, двухкомпонентных — *двуместными*, или *бинарными отношениями*, трехкомпонентных — *трехместными*, или *тернарными отношениями*, $n$-компонентных — *n-местными*, или *n-арными отношениями*. Рассмотрим примеры построения отношений. Примем множество $\{a, b, 0,1\}$ в качестве базы шкалы множеств. Образуем множества первого порядка $\{a, b\}$ и $\{0, 1\}$, в роли которых берем подмножества базы шкалы множеств. Образуем декартово произведение первого порядка $\{0,1\}^3 = \{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0.1). (1,1,0), (1,1,1)\}$, в роли которого используем декартов куб множества $\{0,1\}$. Образуем отношения первого порядка $(\{0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)\}$ и $\{(0,1,1), (1,1,0)\}$, в роли которых используем подмножества множества $\{0,1\}^3$. Из построенных отношений первого порядка образуем множество второго порядка $\{\{(0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)\}, \{(0,1,1), (1,1,0)\}\}$. Из множества первого порядка $\{a, b\}$ и только что построенного множества второго порядка образуем декартово произведение второго порядка $\{a, b\} \times \{\{(0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)\}, \{(0,1,1), (1,1,0)\}\} = \{(a), \{(0,0,1), (1,0,1), (1,1,1)\}), (a, \{(0,1,1), (1,1,0)\}), (b,$

$\{(0,0,1),\ (1,0,1),\ (1,1,1)\}),\ (b, \{(0,1,1),\ (1,1,0)\})\}$. Образуем отношение второго порядка $\{(a,\ \{(0,0,1),\ (1,0,1),\ (1,1,1)\}),\ (b, \{(0,1,1),\ (1,1,0)\})\}$, в роли которого используем одно из подмножеств только что построенного декартового произведения второго порядка. Полученное отношение — бинарное. В каждый из его наборов первым компонентом входит буква, т. е. первичный символ, вторым компонентом — тернарное отношение первого порядка.

Введенное выше понятие конечного отношения произвольного порядка определено не вполне четко, поэтому мы будем рассматривать его лишь как сугубо предварительное. Бурбаки пишет: «...по-видимому, почти невозможно сформулировать общие и точные определения, касающиеся структур, вне рамок формальной математики» [3, с. 396]. Строго определить понятие конечной математической структуры можно на базе алгебры конечных предикатов произвольного порядка, к построению которой мы сейчас и приступим. Ниже дается индуктивное определение понятия конечного предиката $p$-го порядка, где $p$ — любое число из натурального ряда 1, 2, ... Введем множество $M_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_{k_0}\}$ одноместных наборов первичных символов $a_1, a_2, \ldots, a_k$, называемых *буквами*, $k_0$ — число букв в множестве $M_0$. Множество $M_0$ будем называть *алфавитом букв*.

Предположим, что уже введены множества $M_0, M_1, \ldots, M_{i-1}$, где $i$ — какое-нибудь из чисел $1, 2, \ldots, p$. Конечным предикатом $i$-го порядка назовем любую функцию вида

$$f(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}},\ x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) \qquad (1)$$

со значениями в множестве $\{0,1\}$, заданную на декартовом произведении

$$M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} \times \cdots \times M_{i-1}^{n_{i-1}}.$$

Здесь $n_0, n_1, \ldots, n_{i-1}$ — любые числа из натурального ряда 1, 2, ... В качестве множества $M_i$ принимаем совокупность одноместных наборов всех конечных предикатов $i$-го порядка. Принимая $i = p$, приходим к определению понятия конечного предиката $p$-го порядка.

Конечным предикатом $p$-го порядка назовем любую функцию вида

$$f(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}},\ x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{p-1,_1}, \ldots, x_{p-1,_{n_{p-1}}}) \qquad (2)$$

со значениями в множестве $\{0,1\}$, заданную на декартовом произведении

$$M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} \times \cdots \times x_{p-1}^{n_{p-1}}.$$

Множество одноместных наборов всех конечных предикатов $p$-го порядка обозначим $M_p$. Будем говорить, что введенные таким способом конечные предикаты $p$-го порядка имеют *тип* $(k_0, n_0, n_1, \ldots, n_{p-1})$.

Переменные $x_{0_1}, x_{0_2}, \ldots, x_{0_{n_0}}$, каждая из которых определена на множестве $M_0$, будем называть *переменными нулевого порядка*, или *буквенными переменными*. Переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_{n_i}}$, заданные на множестве $M_i$ $(i = 1, 2, \ldots, p-1)$, будем называть *переменными*

*$i$-го порядка*, или *переменными предикатами $i$-го порядка*. Все введенные переменные, кроме буквенных, будем называть *предикатными переменными*. Переменные, от значений которых значение функции не зависит, называют *фиктивными переменными* этой функции. В том частном случае, когда все предикатные переменные конечного предиката $p$-го порядка фиктивны, его можно считать *конечным предикатом первого порядка*. Таким образом, конечные предикаты первого порядка являются частным случаем конечных предикатов $p$-го порядка. К конечным предикатам первого порядка можно прийти и иным способом, положив в выражении (2) $p = 1$.

Число $k_i$ предикатов $i$-го порядка, т.е. число элементов в множестве $M_i$, определяется формулой

$$k_i = 2^{k_0^{n_0} k_1^{n_1} \ldots k_{i-1}^{n_{i-1}}}. \qquad (3)$$

Здесь индекс $i$ может принимать значения $i = 1, 2, \ldots, p$. Показатель $k_0^{n_0} k_1^{n_1} \ldots k_{i-1}^{n_{i-1}}$ в формуле (3) характеризует число всех различных наборов значений аргументов предиката $i$-го порядка. Определим, к примеру, число $k_1$ элементов в множестве $M_1$ и число $k_2$ элементов в множестве $M_2$, если $k_0 = n_0 = n_1 = 2$. Имеем

$$k_1 = 2^{(k_0^{n_0})} = 2^{(2^2)} = 2^4 = 16;$$

$$k_2 = 2^{k_0^{n_0} k_1^{n_1}} = 2^{2^2 \cdot 16^2} = 2^{1024} \approx 10^{308}.$$

Число $Q$ всех различных наборов значений аргументов конечного предиката $p$-го порядка равно $Q = k_0^{n_0} k_1^{n_1} \ldots k_{p-1}^{n_{p-1}}$ (4). Число $R$ всех различных конечных предикатов $p$-го порядка равно $R = 2^Q$ (5).

Теперь мы имеем возможность дать строгое определение конечного отношения произвольного порядка. Конечные отношения $p$-го порядка вводим с помощью индуктивного определения. Вводим множество $M_0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_{k_0}\}$. Под символами $a_1, a_2, \ldots, a_{k_0}$ понимаем некоторые предметы. При определении предикатов произвольного порядка под символами $a_1, a_2, \ldots, a_{k_0}$ не понималось ничего. Это были просто символы, взятые сами по себе. Жирными буквами обозначаем семантические объекты, тонкими буквами того же начертания обозначаем соответствующие им синтаксические объекты. Множество $M_0$ назовем *предметной областью*.

Предположим, что уже введены множества $M_0, M_1, \ldots, M_{i-1}$ ($i = 1, 2, \ldots, p$). *Конечным отношением $i$-го порядка* назовем любое подмножество декартового произведения $M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} \times \cdots \times M_{i-1}^{n_{i-1}}$. В качестве множества $M_i$ принимаем совокупность одноместных наборов всех конечных отношений $i$-го порядка. Принимая $i = p$, приходим к определению понятия конечного отношения $p$-го порядка. *Конечным отношением $p$-го порядка типа* ($k_0, n_0, n_1, \ldots, n_{p-1}$) назовем любое подмножество декартового произведения $M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} \times \cdots \times M_{p-1}^{n_{p-1}}$. Множество одноместных наборов всех конечных отношений $p$-го порядка обозначим $M_p$.

Введем переменные $x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}$, каждая из которых определена на множестве $M_0$. Будем их называть предметными переменными. Переменные $x_{i_1}, \ldots, x_{i_{n_i}}$, заданные на множестве $M_i$ ($i = 1, 2, \ldots$ $\ldots, p-1$), назовем *переменными отношениями i-го порядка.*

Между конечными предикатами $p$-го порядка и конечными отношениями $p$-го порядка можно установить взаимно однозначное соответствие. Сделаем это с помощью функций $F_i$: $M_i \to M_i$ ($i = 0, 1, \ldots, p$). Функции $F_i$ вводим с помощью индуктивного определения. Функцию $F_0 : M_0 \to M_0$ определяем следующим образом: $F_0(a_1) = a_1, \ldots, F_0(a_{k_0}) = a_{k_0}$. Условимся считать, что каждому значению переменных $x_{0_1}, \ldots$ $\ldots, x_{0_{n_0}}$ поставлено в соответствие значение переменных $x_{0_1} = F_0 \times$ $\times (x_{0_1}), \ldots, x_{0_{n_0}} = F_0(x_{0_{n_0}})$. Предположим, что, кроме функции $F_0$, уже определена функция $F_1$, которая предикатам первого порядка $x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}$ ставит в соответствие отношения первого порядка $x_{1_1} =$ $= F_1(x_{1_1}), \ldots, x_{1_{n_1}} = F_1(x_{1_{n_1}}), \ldots$, функция $F_{i-1,1}$ $(i = 1, 2, \ldots, p)$, которая предикатам $i-1$-го порядка $x_{i-1,_1}, \ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}$ ставит в соответствие отношения $i-1$-го порядка $x_{i-1,_1} = F_{i-1}(x_{i-1,_1}), \ldots,$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}} = F_{i-1}(x_{i-1,_{n_{i-1}}})$.

Функцию $F_i (i = 1, 2, \ldots, p)$ определяем следующим образом. Полагаем, что функция $F_i$ ставит в соответствие каждому конечному предикату $f$ из множества $M_i$ конечное отношение $f$ из множества $M_i$, удовлетворяющее условию: если $f(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots x_{1_{n_1}}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_1}, \ldots, x_{i-1,_{n-1}}) = 1$, то $(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) \in f$; если $f(x_{0_1}, \ldots x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) = 0$, то $(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots x_{i-1,_{n_{i-1}}}) \notin f$. С помощью функций $F_p$ можно перейти от любого конечного предиката $p$-го порядка к соответствующему конечному отношению $p$-го порядка. Все функции $F_i$ $(i = 0, 1, \ldots, p)$ — взаимно однозначные. В самом деле, функция $F_0$ — взаимно однозначная. Кроме того, если функции $F_0, F_1, \ldots, F_{i-1}$ — взаимно однозначные, то, очевидно, взаимно однозначной, в силу своего определения, будет и функция $F_i$.

Обратный переход от любого конечного отношения $p$-го порядка к соответствующему конечному предикату $p$-го порядка можно совершить с помощью функций $F_i : M_i \to M_i$, обратных функциям $F_i$ $(i = 0,$ $1, \ldots, p)$. Можем записать: $x_{i_1} = F_i(x_{i_1}), \ldots, x_{i_{n_i}} = F_i(x_{i_{n_i}})$. Функция $F_i$ $(i = 1, 2, \ldots, p)$ ставит в соответствие каждому конечному отношению $f$ из множества $M_i$ конечный предикат $f$ из множества $M_i$, удовлетворяющий условию: «если $(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) \in f$, то $f(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) = 1$; если $(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) \in f$, то $f(x_{0_1}, \ldots, x_{0_{n_0}}, x_{1_1}, \ldots x_{1_{n_1}}, \ldots, x_{i-1,_1}, \ldots$ $\ldots, x_{i-1,_{n_{i-1}}}) = 0$.

Рассмотрим пример построения предиката второго порядка. Пусть $p = 2$, множество $M_0$ содержит два знака $a$ и $b$, т. е. $M_0 = \{a, b\}$. При этом $k_0 = 2$. Пусть, кроме того, $n_0 = n_1 = 1$. Это значит, что имеются в виду двуместные предикаты второго порядка типа $(k_0, n_0, n_1) = 2,1,1$. Предикаты рассматриваемого типа представляют собой функции $y = f(x, X)$ с двоичными значениями $y$. Буквой $x$ обозначена переменная нулевого порядка, т. е. буквенная переменная, $x \in M_0$. Переменная $x$ выполняет роль переменной $x_{0_1}$, введенной выше. Буквой $X$ обозначена переменная первого порядка, т. е. переменный предикат первого порядка. Ее значениями служат предикаты первого порядка. Эти предикаты — одноместные (так, как $n_0 = 1$). Будем обозначать их в виде $P(x)$. Они заданы на множестве $M_0^{n_0} = M_0^1 = M_0$, таким образом $x \in M_0$.

Область изменения переменной $X$ содержит, согласно формуле (3), четыре элемента: $k_1 = 2^{(k_0^{n_0})} = 2^{(2^1)} = 2^2 = 4$. Этими элементами служат четыре предиката первого порядка, представленные в табл. 1.

Таблица 1

| $x$ | $P_0(x)$ | $P_1(x)$ | $P_2(x)$ | $P_3(x)$ |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $b$ | 0 | 1 | 0 | 1 |

Таблица 2

| $x$ | $a$ | $a$ | $a$ | $a$ | $b$ | $b$ | $b$ | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 0 | $x^a$ | $x^b$ | 1 | 0 | $x^a$ | $x^b$ | 1 |
| $f(x, X)$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Запишем эти предикаты в виде формул алгебры конечных предикатов первого порядка: $P_0(x) \equiv 0$, $P_1(x) \equiv x^b$, $P_2(x) \equiv x^a$, $P_3(x) \equiv 1$. Таким образом, $X \in \{0, x^a, x^b, 1\}$. Переменная $X$ выполняет роль переменной $x_{1_1}$, введенной выше. Область определения переменной $X$ есть множество $M_1^{n_1} = M_1^1 = M_1$, $M_1 = \{0, x^a, x^b, 1\}$.

Определяем число всех различных наборов $(x, X)$ значений аргументов предиката $f(x, X)$ типа (2, 1, 1) по формуле (4): $Q = k_0^{n_0} k_1^{n_1} = 2^1 \cdot 4^1 = 8$. Формируем множество из восьми наборов: $\{(a, 0), (a, x^a), (a, x^b), (a, 1), (b, 0), (b, x^a), (b, x^b), (b, 1)\}$. Это множество есть следующее декартово произведение: $M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} = M_0^1 \times M_1^1 = M_0 \times M_1$. Предикат $f(x, X)$ выполняет роль предиката $f_2(x_{0_1}, x_{1_1})$, введенного выше. Составляем табл. 2 для одного из предикатов $f(x, X)$. В зависимости от способа расстановки нулей и единиц в таблице получаем тот или иной предикат второго порядка.

Полученную таблицу можно представить в более компактном виде (табл. 3). Число всех различных предикатов рассматриваемого типа равно (вычисления ведем по формуле (5)): $R = 2^Q = 2^8 = 256$. Для каждого из 256 предикатов типа (2,1,1) можно составить свою таблицу значений. Каждому из этих предикатов можно присвоить свой номер. Например, для предиката, представленного табл. 2, получаем № 90 : $01011010 = 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 64 + 16 + 8 + 2 = 90$. Двоичный код, составленный из значений предиката, мы преобразовали в десятичный номер этого предиката. Совокупность всех 256 предикатов заданного типа образует множество $M_p = M_2$.

Таблица 3

| $X \backslash x$ | 0 | $x^a$ | $x^b$ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $b$ | 1 | 0 | 1 | 0 |

$f(x, X)$

Таблица 4

| $P$ | 0 | $xa$ | $xb$ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $P = F_1(P)$ | $\varnothing$ | $\{a\}$ | $\{b\}$ | $\{a, b\}$ |

Таблица 5

| $P$ | $\varnothing$ | $\{a\}$ | $\{b\}$ | $\{a, b\}$ |
|---|---|---|---|---|
| $P = F_1(P)$ | 0 | $x^a$ | $x^b$ | 1 |

Перейдем от рассмотренного выше предиката второго порядка к отношению второго порядка, соответствующего этому предикату. Множество $M_0$ равно $M_0 = \{a, b\}$. Здесь $a = F_0(a)$, $b = F_0(b)$. Множество $M_1$ есть система всех подмножеств множества $M_0^{n_0} = M_0^1 = M_0$, т. е. $M_1 = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$. Поскольку между элементами множеств $M_i$ и $M_i$ $(i = 0, 1, p)$ существует взаимно однозначное соответствие, то число элементов множества $M_i$ равно числу элементов множества $M_i$ и может быть вычислено по формуле (3):

$$k_0 = 2,\ k_1 = 4,\ k_2 = 2^{k_0^{n_0} k_1^{n_1}} = 2^{k_0^1 k_1^1} = 2^{k_0 k_1} = 2^{2 \cdot 4} = 2^8 = 256.$$

Множество $M_2$ есть система всех подмножеств множества $M_0^{n_0} \times M_1^{n_1} = M_0^1 \times M_1^1 = M_0 \times M_1$. Имеем: $M_0 \times M_1 = \{(a, \varnothing), (a, \{a\}), (a, \{b\}), (a, \{a, b\}), (b, \varnothing), (b, \{a\}), (b, \{b\}), (b, \{a, b\})\}$, $M_2 = \{\varnothing, \{(a, \varnothing)\}, \{(a, \varnothing), (a, \{a\})\}, \ldots\}$. Всего в множестве имеется 256 элементов.

Строим функцию $F_1 : M_1 \to M_1$. Множество $M_1$ было найдено ранее: $M_1 = \{0, x^a, x^b, 1\}$. В данном случае сформулированное выше правило перехода от предиката из $M_1$ к соответствующему отношению из $M_1$ гласит. Предикату $P = P(x)$ ставим в соответствие отношение $P = F_1(P)$, удовлетворяющее условию: если $P(x) = 1$, то $x \in P$; если $P(x) = 0$, то $x \in P$. Здесь $x = F_0(x)$. Составляем по этому правилу табл. 4, задающую функцию $F_1$. По ранее сформулированному правилу от предиката из $M_i$ переходим к соответствующему отношению из $M_i$. В нашем примере переходим от предиката второго порядка, заданного табл. 3 и принадлежащего множеству $M_2$, к соответствующему отношению второго порядка из $M_2$. В данном случае это правило гласит. Предикату $f = f(x, X)$ ставим в соответствие отношение $f = F_2(f)$, удовлетворяющее условию: если $f(x, X) = 1$, то $(x, X) \in f$; если $f(x, X) = 0$, то $(x, X) \notin f$. Здесь $x = F_0(x)$, $x = F_1(x)$. По этому правилу строим отношение $f$, соответствующее предикату $f = f(x, X) : f\ \{(a, \{a\}), (a, \{a, b\}), (b, \varnothing), (b, \{b\})\}$.

Выполним обратный переход от только что построенного отношения второго порядка к соответствующему предикату второго порядка. Строим функцию $F_1 : M_1 \to M_1$. В данном случае правило перехода от отношения из $M_1$ к соответствующему предикату из $M_1$ гласит. Отношению $P$ ставим в соответствие предикат $P = F_1(P)$, удовлетворяющий условию: если $x \in P$, то $P(x) = 1$; если $x \notin P$, то $P(x) = 0$. Здесь $x = F_0(x)$. Составляем по этому правилу табл. 5, задающую функцию $F_1$. Мы видим, что функция $F_1$ получилась обратной по отношению к функции $F_1$.

По ранее сформулированному правилу переходим от отношения из $M_i$ к предикату из $M_i$. В нашем примере переходим от отношения второго порядка $f = \{(a, \{a\}), (a, \{a, b\}), (b, \varnothing), (b, \{b\})\}$ из $M_2$ к соответствующему предикату второго порядка из $M_2$. В данном случае это правило гласит. Отношению $f$ ставим в соответствие предикат $f = F_2(f)$ $(f = f(x, X))$, удовлетворяющий условию: если $(x, X) \in f$, то $f(x, X) = 1$, если $(x, X) \notin f$, то $f(x, X) = 0$. Здесь $x = F_0(x)$, $X = F_1(X)$. Строя по этому правилу предикат $f(x, X)$, соответствующий отношению $f$, приходим к табл. 3. Каждому набору, входящему в состав отношения $f$, в таблице соответствует единица, в остальных ячейках таблицы проставляем нули. В результате получили исходный предикат. Этим иллюстрируется тот факт, что функция $F_2$ обратна функции $F_2$. Привести примеры перехода от предикатов к отношениям и обратно также для предикатов третьего и более высоких порядков затруднительно, так как нет способа формульной записи предикатов второго и более высоких порядков.

**Список литературы**: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства — Х., 1984.— 142 с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Технические средства.— Х., 1986.— 136 с. 3. *Бурбаки Н.* Теория множества.— М., 1965.— 449 с.

*Поступила в редколлегию 19.12.86.*

УДК 510.62

*В. К. ВОЙНОВ*, канд. филол. наук, *И. В. ЗАМАРУЕВА*,
*О. А. ИЗЕРГИНА*, *О. И. НОВИКОВА*

## ГИПОТЕЗА О ПОНИМАНИИ ТЕКСТА
(аспекты формализации)

Проблема понимания текста приобрела в последние годы особую актуальность, так как основное свойство каждого текста есть способность «содержать в себе и передавать новую информацию» [1], которая служит важным фактором научно-технического и социального прогресса. Текст уже не только средство межличностного общения, но и компонент человеко-машинной коммуникации.

В связи с такой коммуникацией обычно обсуждаются языки программирования, о проблеме понимания которых высказано интересное мнение: «Язык программирования — это нечто большее, чем просто система обозначений для команд, которые воспринимает ЭВМ. Язык в совокупности с программным обеспечением, которое «понимает» его, может полностью преобразить ЭВМ, превратить ее в машину совершенно другого типа. ... Новый язык порождает новую модель ЭВМ» [2].

Недостаточность одних языков программирования (узкая специализация Комит'а или Ант'а), трудность изучения и громоздкость реализации таких универсальных языков, как PL — 1, невозможность реализации некоторых важных механизмов структурирования данных в так называемых объектно-ориентированных языках программирования [2], декларированное для пятого поколения ЭВМ программирование на естественном языке — вот частично тот проблемный фон, на котором достаточно широко и разносторонне проявляется актуальность исследования моделей понимания текста на естественном языке.

Модель понимания текста на естественном языке, по-видимому, небесполезна во всех случаях расчета процедур понимания ЭВМ текстов на языках программирования, в особенности для реализации языка в виде интерпретатора. Такая модель может задать стандарт, бланк которого по мере его заполнения в диалоге ЭВМ — программист все с большей и большей достоверностью будет предсказывать продолжение интерпретируемой в диалоге программы.

Проблема понимания многоаспектна и изучается разными науками с помощью многих методов. Так, ее разработкой занимались античные философы, рассматривая проблему понимания как часть риторики, то есть науки об убеждении, формах и методах речевого воздействия на аудиторию (например, ссылки на трактаты Аристотеля, Сократа, Гормагора, Цицерона в книге «Общая риторика» Жоржа Дюбуа [3]). При этом проблема понимания трактовалась как проблема «внушения», «навязывания» понимания говорящего слушающему. Исследованием указанной проблемы занимается логика, но в несколько ином аспекте — «в связи с моделированием логическими и лингвистическими средствами смысловой стороны языка, смысла рассуждений» [4]. Изучалась и изучается эта проблема и лингвистами. Так, А. А. Потебня в работе «Мысль и язык» говорит о понимании слова и текста (точнее — поэтического произведения). Понимание рассматривается ученым как многоступенчатый процесс, идущий от понимания звука к пониманию слова, затем «речения» (т. е. предложения) и, наконец, текста (хотя некоторые компоненты этого процесса, например, понимания предложения, рассмотрены в недостаточной степени). Высшая и наиболее сложная ступень — понимание целого текста. А. А. Потебня приводит такой пример: мы понимаем отдельно взятую геометрическую теорему, не сохраняя в памяти всех предыдущих теорем в этой области, однако мы не поймем отдельно взятую конечную фразу из доказательства этой теоремы, не зная предыдущего его содержания. Аналогичным образом обстоит дело и с любым другим научным текстом.

Для того чтобы понять некоторый текст, необходимо обучить человека (школьника, студента и так далее), дать ему хотя бы минимум информации в определенной области знаний, той информации, которая послужит основой, исходным моментом для понимания нового, неизвестного материала в уже частично известной предметной области. Однако попытки перестроить обучение подрастающего поколения таким образом, чтобы в нормативных курсах охватывать все более широкий круг знаний, сталкиваются с трудностью понимания, освоения, осмысления различного материала [4].

Итак, обучение человека, сообщение знаний, накопление и переработка информации — одно из первых и необходимых условий понимания текста, так как позволяет создать некоторые ассоциации нового материала с уже известным по данному вопросу, соотнести свои знания с новыми и «перевести» их на свой внутренний язык, то есть глубже понять текст. Именно так рассматривают проблему понимания психологи (перевод на «свой внутренний» язык и вследствие такого перевода способность передать содержание «своими» словами — одно из общепринятых толкований понимания).

Таким образом, определенные знания в некоторой предметной области — необходимое условие для понимания текста. Знания о предметной области можно представить как некоторые обобщенные представления о предметах, их свойствах, функциях, соотношениях. Возможно, эти знания могут быть выражены в виде высказываний о функциях и предметах, соотносимых с этими функциями, аналогично перечню функций и персонажей в морфологии русской волшебной сказки по В. Я. Проппу [5]. С идеей обобщенной структуры волшебной сказки, по-видимому, хорошо согласуется понятие текста-конструкта (Ко-текста Петефи) [6].

В соответствии с вышеизложенным формируется предположение о том, что основой понимания текста в некоторой предметной области является эталонный (обобщенный, стандартный) текст, который построен в соответствии с разработанной технологией в области медицины, в частности, гепатологии.

Был проведен семантический анализ ряда научных текстов по тематике, указанной выше, в результате которого в каждом предложении (имеются в виду предложения информативные, а не «пустые» связочные) была выделена его ядерная структура, то есть центр, ядро информации. Мы руководствовались известным положением о том что во главе предложения, высказывания стоит предикат, а аргументы связаны с ним семантико-синтаксическими (релятемными) отношениями и находятся в зависимости от предиката, составляя в совокупности с ним единое предикатно-аргументное выражение. Группировка предикатов, выделенных в результате семантического анализа медицинских текстов, позволила объединить их в более крупные семантические группы (классы) в зависимости от основных моментов специфики указанных текстов: болезнь — ее лечение (инструмент лечения) — результат. Причем каждый из перечисленных моментов медицинского текста представляет собой группу предикатов с зависимыми от них аргументами. Так, по Н. И. Жинкину, всякая речь может быть сведена к системе предикатов, которые, последовательно дополняя друг друга, раскрывают состав и соотношение признаков неизвестного ранее предмета действительности. При этом необходимо отметить, что предикаты не нанизываются один за другим в однородную цепь, а образуют некоторую иерархию, где одни предметные признаки — главные, другие — дополнительные, третьи — дополнительные к этим дополнительным [7,8].

Возможно, такая «триединая» структура текста является развитием, переосмыслением идеи Гегеля о тезисе — антитезисе-синтезисе. В приложении к исследуемой нами области тезисом можно считать здоровое состояние человека, антитезисом — болезнь, методы ее лечения, синтезисом — результат лечения.

Фактически при рассмотрении каждого отдельно взятого текста его содержание после проделанного семантического анализа было записано рядом предикатов с различными аргументами, причем эти предикаты относятся к определенной семантической группе (классу):

| | | |
|---|---|---|
| лечить болезнь ее наименование, симптомы | лечить чем, каким инструментом, методами | — лечить с каким результатом |

Это шаг к формализации описания семантики естественноязыкового текста.

После рассмотрения и анализа группы текстов, относящихся к одной предметной области, т. е. фактически Ко-текста (Петефи), была создана матрица, отразившая все основные моменты, описывающие данную предметную область (конкретнее — медицину, гепатологию). Созданная матрица — совокупность всех основных моментов энциклопедических знаний в указанной области. Она (матрица) представлена в виде расширенной таблицы, столбцами которой являются различные аргументы, дающие полную характеристику заболевания: наименование заболевания (включая его типы, разновидности), этиология; симптомы, которые разделены в свою очередь на подгруппы — субъективные и объективные (к последним отнесена большая группа биохимических показателей); диагностика; методы лечения, среди которых выделены терапевтические и хирургические, эффективность лечения или его результат.

Строки таблицы обозначены предикатами и релятемами, которые вместе с аргументами столбцов образуют предикатные выражения в реальных текстах. Некоторые столбцы могут быть отнесены (или являются пограничными) к двум различным разделам таблицы (например, биохимические показатели можно отнести и к диагностике заболевания, и к его объективным симптомам).

Связи между различными столбцами и строками в матрице выявляют корреляции между типом заболевания, его этиологией, симптомами, диагностикой и выбором средств лечения конкретного типа заболевания.

Интерпретируя отдельно взятый специальный текст по гепатологии в рамках языка терминов эталонного текста, мы сопоставляем имеющийся текст с эталонным, и таким образом обеспечивается понимание специального текста в указанной предметной области.

Однако в специальном (входном) тексте может быть описана некоторая отсутствующая в эталонном тексте ситуация. Наличие новых понятий, не интерпретируемых в рамках эталонного текста, не влияет на общее понимание входного текста. Следовательно, данный эталонный текст не замкнутый, он может и должен постоянно пополняться новыми знаниями, терминами и т. д.

Созданный эталонный текст служит ключом к пониманию кон кретных медицинских текстов, терминов в указанной области знаний так как эти тексты (статьи, доклады, тезисы докладов) являются по сути фрагментами эталонного текста.

Таким образом, стандартное расположение предикатов с относя щимися к ним аргументами и выявленными семантико-синтаксиче скими связями (релягемами) между ними есть по сути эталонный текст который и представляет собой, по нашему мнению, основу понимания

Так, проекцию нового (входного) текста на эталонный и обеспече ние с помощью этой процедуры понимания можно подтвердить при мером, взятым у А. А. Потебни. Образ капитана Копейкина является для почтмейстера (речь идет о персонаже «Мертвых душ» Н. В. Го голя) «эталоном» его понимания, поэтому появившийся Чичиков, ко торый ни по каким внешним признакам не похож на капитана Копей кина, все же сливается в восприятии почтмейстера с образом капита на Копейкина.

А. А. Потебня пишет также о том, что процесс речи и процесс по нимания происходит по одним законам с созданием слова [9] Пере водя это высказывание на современный язык, мы можем говорить о том, что под созданием слова имеется в виду его синтез, а под пониманием — его анализ.

Достаточно давно в описании нескольких досемантических уров ней языковой структуры была осознана, описана и приспособлена к потребностям лингвистического моделирования связь между процес сами анализа и синтеза единиц речи, взаимодействие и обратимост этих процессов: «Когда человек или машина анализируют (распоз нают или разбирают) звуки, буквы, слова или предложения устног или письменного языка, задача состоит в том, чтобы восстановит процесс, посредством которого было построено анализируемое сообще ние» [10]. Наличие этой обратной связи, или возвратной ориентаци процесса анализа на процесс синтеза и наоборот, описанное для фонети ческих, лексико-графических и синтаксических явлений, по-видимому справедливо ставится в зависимость от обратной связи между нервны ми центрами, управляющими моторикой и восприятием речи [11, 12]

Основным допущением данной работы есть предположение о том что в формализованном описании семантики текста должны быт установлены, определены и использованы обратная связь, обратимост или диалектическое взаимодействие процессов анализа и синтеза тек ста. Понимание текста должно рассматриваться как восстановление процесса построения текста. Но это построение есть не только гене рация предложений по правилам порождающего синтаксиса (или порождающей семантики, где разработка этих правил еще и не начи нается), но и гипотетический процесс соотнесения конститутивных единиц смысла (например, предикатных выражений — по В. В. Бог данову [13]) с фиксированными позициями в обобщенном, эталонном, стандартном тексте данной предметной области, предположение о су ществовании или о возможности искусственного конструирования которого напрашивается по аналогии с общим строем волшебной сказки по В. Я. Проппу или текстом-конструктом Петефи.

Список литературы: 1. *Новиков А. И.* Семантика текста и ее формализация.— М., 1983.— 174 с. 2. *Теслер Л. Т.* Языки программирования. Современный компьютер.— М., 1986.— С. 76—89. 3. *Дюбуа Ж.* и др. Общая риторика (Ж. Дюбуа, Ф. Эделин, Ж.-М. Клинберг. — М., 1986.— 200 с. 4. *Попович Н. В.* Понимание как логико-гносеологическая проблема.— К., 1982.— С. 9—107. 5. *Пропп В. Я.* Морфология сказки.— М., 1976.— 152 с. 6. *Новое* в зарубежной лингвистике.— М., 1978.— Вып. 8.— 469 с. 7. *Жинкин Н. И.* Речь как проводник информации.— М., 1982.— С. 132. 8. *Жинкин Н. И.* Развитие письменной речи учащихся // Изв. АПН РСФСР.— 1956, № 78.— С. 23—37. 9. *Потебня А. А.* Мысль и язык.— М., 1976.— 183 с. 10. *Иванов В. В.* О некоторых проблемах современной лингвистики // Народы Азии и Африки.— 1963.— № 4.— 167 с. 11. *Лурия А. Р.* Язык и сознание.— М., 1977.— 213 с. 12. *Тулмин Ст.* Человеческое понимание.— М., 1984.— 325 с. 13. *Богданов В. В.* Семантико-синтаксическая организация предложения.— Л., 1977.— С. 10—15.

*Поступила в редколлегию 19.12.86*

УДК 510.62

*В. В. ШЛЯХОВ*, канд. техн. наук, *С. Н. ГЕРАСИН*

# ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ $n$-МЕРНО СДВИНУТЫХ ПРЕДИКАТОВ

---

При идентификации технических систем и при моделировании работы органов чувств методом нуль-органа [1] широко используют исчисление бинарных предикатов. Рассмотрим свойства так называемых $n$-мерно сдвинутых предикатов, которые принадлежат к типу предикатов дифункциональности и используются в тех случаях, когда два плеча сравнения не равноправны .

Пусть на декартовом квадрате произвольного гильбертова пространства $L$ задана двузначная функция $T(x, y)$, принимающая значения $\{0, 1\}$. Среди множества подобных функций выделим подмножество тех из них, которые представлены в виде $T(x, y) = D(F(x) + a, F(y) + b)$ **(1)**, где $D$ — предикат равенства [1], $F(x) = (F_1(x), F_2(x), \ldots, F_n(x))$ — набор линейных, линейно независимых функционалов, $a$ и $b$ — векторы, принадлежащие $n$-мерному арифметическому пространству $R^n$.

Класс двузначных функций вида (1) будем называть $n$-мерно сдвинутыми предикатами. Особый интерес представляют условия, обеспечивающие принадлежность произвольного предиката заданному классу. Ответ на этот вопрос дает следующая теорема.

**Теорема.** *Для того, чтобы $T(x, y)$ был предикатом $n$-мерно сдвинутым, необходимо и достаточно, чтобы он обладал следующими свойствами:*

1. Для любых $x_1, y_1, x_2, y_2 \in L$ из равенств $T(x_1, y_1) = 1$, $T(x_2, y_1) = 1$, $T(x_2, y_2) = 1$ следует $T(x_1, y_2) = 1$ (квазитранзитивность).

2. Существуют элементы $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\} \in L$ такие, что для любых $x, y \in L$, существуют и притом единственные наборы чисел $f_i(x)$, $i =$

$= 1, 2, \ldots, n$, $g_i(y)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, удовлетворяющие условиям

$$T(x, \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i) = 1; \tag{2}$$

$$T(\sum_{i=1}^{n} g_i(y) e_i, y) = 1. \tag{2'}$$

3. Функционалы $f_i(x)$, $g_i(y)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ непрерывны в смысле метрики пространства $L$.

4. Для любого $x \in L$ выполняется $T(x, x + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1$, где $A_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$ числа, не зависящие от $x$.

5. Для любых $x_1$, $x_2$, $y_1$, $y_2 \in L$ из равенств $T(x_1, y_1) = 1$, $T(x_2, y_2) = 1$ следует

$$T(x_1 + x_2 + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i, y_1 + y_2) = 1; \tag{3}$$

$$T(x_1 + x_2, y_1 + y_2 - \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1. \tag{3'}$$

Доказательство.

1. *Необходимость*. Для доказательства необходимости будем считать, что предикат $T(x, y)$ $n$-мерно сдвинут, значит он представлен в виде (1). Покажем выполнение свойств (1) — (5).

1) Выполнение квазитранзитивности показано в работе [3].

2) Покажем, что числа $f_i(x)$, $g_i(y)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ существуют и единственны для каждого $x \in L$. Запишем формулу (2) в виде $F(x) + a = F(\sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i) + b$, учитывая, что оператор $F$ линеен, получаем

$$F(x) + a = \sum_{i=1}^{n} f_i(x) F(e_i) + b,$$

или в координатной форме

$$F_k(x) + a_k - b_k = \sum_{i=1}^{n} f_i(x) F_k(e_i), \quad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{4}$$

Аналогично имеем

$$F_k(y) + b_k - a_k = \sum_{i=1}^{n} g_i(y) F_k(e_i), \quad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{5}$$

Как видно из выражения (4), (5) есть линейные неоднородные системы, имеющие единственное решение. Это следует из того, что матрица систем (4), (5) на основании теоремы Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве является матрицей Грамма [2].

Положим в (4), (5) $x = 0$, тогда получим

$$a_k - b_k = \sum_{i=1}^{n} f_i(0) F_k(e_i), \quad k = 1, 2, \ldots, n, \tag{4'}$$

$$b_k - a_k = \sum_{i=1}^{n} g_i(0) F_k(e_i), \quad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{5'}$$

3) Функционалы $f_i(x)$, $g_i(y)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ непрерывны в метрике пространства $L$, они представляют собой линейную комбинацию непрерывных функционалов $F_k(e_i)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

4) Условие (4) можно переписать в виде

$$F_k(x) + a_k = F_k(x + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) + b_k, \quad k = 1, 2, \ldots, n,$$

учитывая линейность оператора $F$, имеем

$$F_k(x) + a_k = F_k(x) + \sum_{i=1}^{n} A_i F_k(e_i) + b_k, \quad k = 1, 2, \ldots, n.$$

Производя некоторые преобразования, получаем в координатной форме

$$\sum_{i=1}^{n} A_i F_k(e_i) = a_k - b_k, \quad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{6}$$

Система (6) имеет единственное решение, как и системы (4), (5). Сравнивая систему (6) с системами (4′) и (5′), получаем $A_i = f_i(0)$, $A_i = g_i(0)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, отсюда имеем $A_i = [f_i(0) - g_i(0)]/2$, $i = 1, 2, \ldots, n$ (7).

5) $T(x_1, y_1) = 1$, $T(x_2, y_2) = 1$ или $F(x_1) + a = F(y_1) + b$, $F(x_2) + a = F(y_2) + b$.

Складывая эти равенства и учитывая линейность оператора $F$, получаем $F(x_1 + x_2) + 2a - b = F(y_1 + y_2) + b$,

$$F(y_1 + y_2 - \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) + b = F(y_1 + y_2) - \sum_{i=1}^{n} A_i F(e_i) + b.$$

Заменим сумму, стоящую в правой части, по формуле (6)

$$F(y_1 + y_2 - \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) + b = F(y_1 + y_2) + a - 2b = F(x_1 + x_2) + a.$$

Аналогично доказывается, что

$$F(x_1 + x_2 + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) + a = F(y_1 + y_2) + b.$$

Итак,

$$T(x_1 + x_2 + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i, \; y_1 + y_2) = 1,$$

$$T(x_1 + x_2, \; y_1 + y_2 - \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1.$$

2. *Достаточность.*

Пусть $x$, $y$ — произвольные элементы из $L$, причем, согласно свойству (2), имеем

$$T(x, \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i) = 1, \quad T(y, \sum_{i=1}^{n} f_i(y) e_i) = 1,$$

по свойству (5) получим

$$T(x+y, \sum_{i=1}^{n} (f_i(x) + f_i(y) - A_i) e_i) = 1.$$

Отсюда в силу однозначности выбора наборов $\{f_i(x)\}_{i=1}^{n}$ и $\{g_i(x)\}_{i=1}^{n}$ запишем $f_k(x+y) = f_k(x) + f_k(y) - A_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

Пусть $u_k = f_k(x) - A_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$, покажем, что $u_k(x)$, $k = 1, 2, \ldots, n$ аддитивен: $u_k(x+y) = f_k(x+y) - A_k = f_k(x) - A_k + f_k(y) - A_k = u_k(x) + u_k(y)$. Аналогично $v_k(x+y) = v_k(x) + v_k(y)$ $v_k(x) = g_k(x) + A_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$ также аддитивен и, кроме того $u_k(x)$ и $v_k(x)$ непрерывны и, следовательно, линейны.

Из свойства (4) получаем

$$T(e_k, e_k + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1, \ k = 1, 2, \ldots, n,$$

отсюда

$$f_k(e_i) = \begin{cases} A_i, & i \neq k, \\ 1 + A_i, & i = k, \end{cases} \quad i, k = 1, 2, \ldots, n,$$

тогда

$$u_k(e_i) = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k, \end{cases} \quad i, k = 1, 2, \ldots, n.$$

Аналогично находим

$$g_k(e_i) = \begin{cases} -A_i, & i \neq k, \\ 1 - A_i, & i = k \end{cases} \quad i, k = 1, 2, \ldots, n,$$

$$v_k(e_i) = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k, \end{cases} \quad i, k = 1, 2, \ldots, n.$$

Объединим эти результаты: $u_k(e_i) = v_k(e_i) = \delta_{ik}$, $i, k = 1, 2, \ldots, n$, где $\delta_{ik}$ — символ Кронекера. Запишем следующие равенства:

$$T(x, x + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1,$$

$$T(\sum_{j=1}^{n} g_j(x + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) e_j, x + \sum_{i=1}^{n} A_i e_i) = 1,$$

$$T(x, \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i) = 1.$$

Согласно квазитранзитивности имеем

$$T\left(\sum_{j=1}^{n} g_j\left(x+\sum_{i=1}^{n} A_i e_i\right) e_j,\ \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i\right)=1.$$

Отсюда

$$g_k(y)=g_k\left(x+\sum_{i=1}^{n} A_i e_i\right),\ k=1,\ 2,\dots,\ n,$$

$$g_k\left(x+\sum_{i=1}^{n} A_i e_i\right)=g_k\left(\sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i\right),\ k=1,\ 2,\dots,\ n.$$

Перейдем к линейным функционалам:

$$v_k\left(x+\sum_{i=1}^{n} A_i e_i\right)+A_k=v_k\left(\sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i\right)+A_k,\ k=1,\ 2,\dots,\ n.$$

Отсюда

$$v_k(x)+A_k=f_k(x)=u_k(x)+A_k,\ k=1,\ 2,\dots,\ n.$$

Следовательно, $v_k(x)=u_k(x),\ k=1,\ 2,\dots,\ n,$

$$f_k(x)=u_k(x)+A_k,$$
$$g_k(x)=u_k(x)-A_k,\ k=1,\ 2,\dots,\ n.$$

Снова используем свойство (1):

$$T\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(y) e_i,\ y\right)=1,\ T(x,\ y)=1,$$

$$T\left(x,\ \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i\right)=1,\ \text{отсюда}$$

$$T\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(y) e_i,\ \sum_{i=1}^{n} f_i(x) e_i\right)=1.$$

В силу однозначности выбора функционалов $f_k(x),\ k=1,\ 2,\dots,\ n$ имеем

$$f_k\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(y) e_i\right)=u_k\left(\sum_{i=1}^{n} g_i(y) e_i\right)+A_k=\sum_{i=1}^{n} g_i(y) v_k(e_i)+$$
$$+A_k=g_k(y)+A_k,\ k=1,\ 2,\dots,\ n.$$

Итак $f_k(x)=g_k(y)+A_k,\ k=1,\ 2,\dots,\ n$, или

$$u_k(x)+A_k=u_k(y)-A_k+A_k,\quad k=1,\ 2,\dots,\ n;$$
$$u_k(x)+A_k=u_k(y),\quad k=1,\ 2,\dots,\ n;$$
$$u_k(x)+\frac{f_k(0)}{2}=u_k(y)+\frac{g_k(0)}{2},$$

или

$$D\left(u(x)+\frac{f(0)}{2},\ v(y)+\frac{g(0)}{2}\right)=1.$$

Доказательство достаточности, а значит, и всей теоремы, закончено.

Рассмотрим некоторые важные для приложений частные случаи. Пусть пространство $L$ есть пространство суммируемых с квадратом функций $L_2[0, 1]$. В этом пространстве скалярное произведение определено следующим образом:

$$(x, y) = \int_0^1 x(t) y(t)\, dt.$$

Тогда на основании теоремы Рисса об общем виде линейного функционала в гильбертовом пространстве [2] получим, что оператор имеет вид

$$F(x) = \left(\int_0^1 x(t) a_1(t)\, dt, \int_0^1 x(t) a_2(t)\, dt, \ldots, \int_0^1 x(t) a_n(t)\, dt\right),$$

где $a_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ — система линейно независимых элементов из $L_2[0, 1]$, их называют еще — ядрами линейных функционалов.

Предикат $T(x, y)$ в этом случае запишем

$$T(x, y) = D\left(\left(\left(\int_0^1 x(t) a_1(t)\, dt + [f_1(0)]/2, \int_0^1 x(t)\ a_2\ (t)\ dt + [f_2(0)/2], \ldots\right.\right.\right.$$

$$\left.\ldots, \int_0^1 x(t) a_n(t)\, dt + [f_n(0)]/2\right), \left(\int_0^1 x(t) a_1(t)\, dt + [g_1(0)]/2,\right.$$

$$\left.\left.\int_0^1 x(t) a_2(t)\, dt + [g_2(0)/2], \ldots, \int_0^1 x(t) a_n(t)\, dt + [g_n(0)]/2)\right)\right),$$

где $D$ предикат равенства на $R^n \times R^n$.

**Список литературы:** 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Начала теории интеллекта. Проблемы и перспективы.— М., 1982.— 210 с. Деп. в ВИНИТИ, 20.03.82, № 3324. 2. *Люстерник Л. А., Соболев В. И.* Элементы функционального анализа.— М., 1965.— 520 с. 3. *Герасин С. Н.* и др. О предикатах диффункциональности / С. Н. Герасин, Д. Э. Ситников, С. Ю. Шабанов-Кушнаренко // Пробл. бионики.— 1987.— Вып. 39.— С. 11—17.

*Поступила в редколлегию 09.12.86*

УДК 510.62

*Н. В. РЯБОВА*

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИНТАГМАТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ ПРОИЗВОДЯЩИХ ОСНОВ И ДЕРИВАЦИОННЫХ АФФИКСОВ ИМЕН СУЩЕСТВИТЕЛЬНЫХ

При построении математических моделей словообразовательных процессов особо актуальными являются проблемы семантического соотношения и взаимодействия между элементами словообразовательной системы. Семантические связи в словообразовании (как и всякие другие связи между элементами языка) могут быть парадигматическими и синтагматическими [1]. В данной работе на материале суффиксального словообразования имен существительных показаны виды синтагматических семантических связей между словообразовательными формантами и производящими основами. Синтагматическая связь в словообразовании — это связь словообразовательных формантов с производящими основами в составе производного слова [2]. Она регулируется семантическими, стилистическими, структурно-словообразовательными (аффиксальными) и формальными закономерностями. Системный подход к формализованному описанию словообразования предполагает изучение всех этих закономерностей. Естественно, что в реальных словоформах в непосредственный контакт друг с другом вступают не морфемы, а их представители — морфы. Во многих случаях разные морфы одной морфемы характеризуются различными (главным образом формальными) закономерностями сочетаемости с другими морфами. Различия в сочетаемости морфов одной морфемы объясняются их фонемным составом. Семантические закономерности сочетаемости тождественны для всех морфов одной морфемы (поскольку эти морфы тождественны по значению), следовательно, можно говорить о семантических ограничениях сочетаемости как морфемы в целом, так и отдельных ее морфов. Исследуя сочетаемость морфем, важно разграничить возможные и невозможные сочетания. Возможности определяются системой, степень их реализации — языковой нормой.

Семантические ограничения сочетаемости морфем состоят в том, что эти морфемы сочетаются лишь с теми основами, которые обладают каким-либо общим семантическим свойством. Как известно, не существует словообразовательных аффиксов, способных выступать в сочетании с основой любого слова языка, даже любого слова, относящегося к определенной части речи. Для того чтобы соединение аффикса и основы производящего слова состоялось, необходимо, чтобы они были семантически совместимы. Между тем проблемы семантической совместимости в лингвистической литературе пока изучены недостаточно.

Рассмотрим системные семантические ограничения сочетаемости морфем. Их характер тесно связан с семантической инвариантностью или неинвариантностью морфем. Применительно к семантике инвариант — это общее значение единицы, выведенное из его конкретных реализаций в тексте. Состав производящих основ у словообразовательных типов с неинвариантными аффиксами семантически более определенно ограничен, чем у типов с инвариантными аффиксами. Более «общее» значение инвариантных аффиксов способствует большей свободе их сочетаемости с производящими основами разного значения. Но и эта сочетаемость имеет ограничения.

В качестве математического аппарата формального описания используем алгебру конечных предикатов, позволяющую записывать многоместные конечные отношения на множестве словообразовательных морфов в виде лингвистических уравнений. В работе [3] введено понятие текстового отношения, частным случаем которого является деривативное отношение $D(X, Y, Z)$, в силу принципа однозначности полностью определяющееся своей характеристической функцией $D_f(X, Y, Z)$. В таком случае любые задачи обработки текста можно интерпретировать как решение уравнений типа $D_f(X, Y, Z) = 1$. В роли фрагмента текста $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ в данном случае выступает словообразовательный суффикс существительного. Действие отброшенной части текста заменяем наборами признаков: семантических $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ и грамматических (морфонологических) $Z = (z_1, z_2, \ldots, z_k)$, которые интерпретируем как действие «дальнего текста» (определяющего влияние отброшенного контекста) и «ближнего текста» (определяющего влияние производящей основы). Введем систему признаков, устанавливающих связь между производящей основой и словообразовательным суффиксом, а также между буквами самого суффикса. Перечислим признаки, определяющие влияние производящей основы: $z_1$ — признак последней буквы основы со значениями всех букв русского алфавита; $z_2$ — признак предпоследней буквы основы со значениями всех букв алфавита; $z_3$ — род производящей основы, со значениями: м — мужской, ж — женский с — средний; $z_4$ — признак одушевленности производящей основы со значениями: о — одушевленная, н — нет; $z_5$ — признак односложности основы, со значениями: о — односложная, т. е. однослоговая основа, н — нет; $z_6$ — признак происхождения основы, со значениями: р — русская, и — иностранная; $z_7$ — семантический тип основы, со значениями: ж — названия животных, и — имена собственные, г — географические наименования, д — деревья, к — кустарники, т — семейство трав и ягодных растений, п — конкретные предметы, в — вещество, материал, е — продукты питания; $z_8$ — признак твердости последней буквы основы, со значениями: т — твердая, м — мягкая; $z_9$ — признак производности основы, п — производная основа, н — нет; $z_{10}$ — признак трансформации основы в процессе словообразования: у — основа претерпевает усечение, н — происходит наращение основы, ч — чередование в основе. Систему переменных семантических признаков введем таким образом, чтобы каждому набору значений признаков можно было поставить в соответствие один словообразовательный суффикс в его конкретной семантической роли. Перечислим эти признаки: $x_1$ — вид морфологических преобразований (фиксируем значение признака $x_1^с$ — словообразование); $x_2$ — вид морфемы (фиксируем значение признака $x_2^с$ — суффикс); $x_3$ — часть речи производного (фиксируем значение $x_3^с$ — существительное); $x_4$ — часть речи производящей основы, со значениями: с — существительное, г — глагол, п — прилагательное, н — наречие, ч — числительное; $x_5$ — признак абстрактности, со значениями: а — абстрактный, к — конкретный; $x_6$ — признак характеристики абстрактных сущностей, со значениями: к — имена качества, с — состояние, д — действие, п — общие понятия; $x_7$ — признак одушевленности, со значениями: о — одушевленный, н — нет; $x_8$ — род, со значениями: м — мужской, ж — женский, с — средний; $x_9$ — признак «происхождения», со значениями: п — природного происхождения, н — нет (созданный человеком); $x_{10}$ — признак единичности, со значениями: е — единичный предмет, н — нет; $x_{11}$ — признак «отношение к целому», со значениями: ц — целый предмет, ч — часть предмета; $x_{12}$ — признак «собирательности»: с — совокупность предметов, н — нет; $x_{13}$ — признак «тип совокупности», со значениями: ч — членимая совокупность, в — вещественная совокупность; $x_{14}$ — характеристика «места, пространства, территории»: п — место, где расположен предмет, названный в основе, д — место, где производится действие, н — место, где ранее находился предмет; $x_{15}$ — характеристика производного наименования предмета: м — по обычному месту нахождения, ф — по функциональному назначению предмета, с — по существенным, содержательным свойствам предмета, о — по внешним, хотя и не обязательно зрительно наблюдаемым особенностям; $x_{16}$ — признак «классификации внешних особенностей производного наименования предмета», со значениями: п — наименование по характерному внешнему признаку, с — наличие у производного характерных предметов, а — «похожесть производного на производящее» (название по аналогии); $x_{17}$ — признак подобия, со значениями: в — подобие по внешнему виду, ф — по функции, п — по наличию характерного, существенного признака, с — подобие по внешнему виду и по функции; $x_{18}$ — признак «узуальности» (сферы применимости) со значениями: с — специальный, профессиональная терминология, н — научно-техническая терминология, р — разговорный, о — областной, п — просторечье; $x_{19}$ — признак современности: с — современный, у — устаревший; $x_{20}$ — тип одушевленности (для одушевленных производных) со значениями: л — лица, н — другие представители живого мира; $x_{21}$ — степень продуктивности: в — высокопродуктивный, п — продуктивный, н — непродуктивный.

Рассмотрим три типа уравнений алгебры конечных предикатов, классифицирующих семантические связи производящих основ и словообразовательных суффиксов. I тип уравнений описывает законы сочетаемости наиболее употребительных субстантивных суффиксов с основами имен существительных, прилагательных и глаголов. Обозначим буквы суффикса $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$. Суффикс -ист присоединяется к основам существительных, создавая значение лица мужского пола. Уравнение имеет вид

$$y_1^{\sqcap}\, y_2^{\sqcap}\, y_3^{\text{и}}\, y_4^{\text{с}}\, y_5^{\text{т}} \supset x_4^{\text{с}}\, x_5^{\text{к}}\, x_7^{\text{о}}\, x_8^{\text{м}}\, x_{20}^{\text{л}}\,. \tag{1}$$

Суффикс -ун может присоединяться к глагольным и субстантивным основам, производное имеет значение лица

$$y_1^{\sqcap}\, y_2^{\sqcap}\, y_3^{\sqcap}\, y_4^{\text{у}}\, y_5^{\text{н}} \supset (x_4^{\text{г}} \vee x_4^{\text{с}})\, x_5^{\text{к}}\, x_7^{\text{о}}\, x_8^{\text{л}}\, x_{20}^{\text{м}}\,. \tag{2}$$

Суффикс -чик/-щик может сочетаться только с глагольными и субстантивными основами, создавая значение лица или предмета:

$$y_1^{\sqcap}\, y_2^{\sqcap}\, (y_3^{\text{ч}} \vee y_3^{\text{щ}})\, y_4^{\text{и}}\, y_5^{\text{к}} \supset (x_4^{\text{г}} \vee x_4^{\text{с}})(x_7^{\text{н}}\, x_9^{\text{н}} \vee x_7^{\text{о}}\, x_{20}^{\text{л}})\, x_5^{\text{к}}\, x_8^{\text{м}}\,. \tag{3}$$

Суффикс -тель/-итель присоединяется только к глагольным основам, производное слово имеет значение лица или конкретного предмета:

$$(y_1^{-} \vee y_1^{и})\, y_2^{т} y_3^{е} y_4^{л} y_5^{ь} \supset x_4^{г} x_8^{м} (x_6^{к} x_7^{н} \vee x_7^{о} x_{20}^{л}). \qquad (4)$$

Суффикс -ец сочетается с глагольными и именными основами, создавая значение лица:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{е} y_5^{ц} \supset (x_4^{г} \vee x_4^{с} \vee x_4^{п})\, x_7^{0} x_8^{м} x_{20}^{л} x_{21}^{в}. \qquad (5)$$

Рассмотрим группу менее употребительных суффиксов. Суффикс -ач соединяется с именными и глагольными основами, создавая значение лица:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{а} y_5^{ч} \supset (x_4^{г} \vee x_4^{с} \vee x_4^{п})\, x_7^{0} x_8^{м} x_{20}^{л} x_{21}^{н}. \qquad (6)$$

Суффикс -ак/—як также присоединяется к именным и глагольным основам, создавая значение лица, производные носят разговорный характер:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} (y_4^{а} \vee y_4^{я})\, y_5^{к} \supset (x_4^{г} \vee x_4^{с} \vee x_4^{п})\, x_7^{0} x_8^{м} x_{18}^{р} x_{20}^{л} x_{21}^{н}. \qquad (7)$$

Суффикс -арь сочетается с именными и глагольными основами, производное имеет значение лица или предмета и низкую степень продуктивности:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{а} y_4^{р} y_5^{ь} \supset x_5^{к} x_8^{м} (x_4^{г} \vee x_4^{с} \vee x_4^{п})(x_7^{н} x_{10}^{е} \vee x_7^{0} x_{20}^{л}). \qquad (8)$$

Суффикс -ок присоединяется к глагольным и субстантивным основам, создавая значение лица:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{о} y_5^{к} \supset (x_4^{г} \vee x_4^{г})\, x_5^{к} x_7^{о} x_8^{м} x_{20}^{л}. \qquad (9)$$

Суффикс -ик сочетается с именными основами, производное имеет значение лица или предмета:

$$y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{и} y_5^{к} \supset x_5^{к} (x_4^{с} \vee x_4^{п})(x_3^{н} x_{10}^{е} \vee x_7^{о} x_{20}^{л}). \qquad (10)$$

II тип уравнений описывает синтагматические связи менее общего вида, конкретизируя взаимодействие производящих основ определенного типа и конкретного лексико-семантического класса с деривационными суффиксами имен существительных. Уравнения такого типа описывают, какие суффиксы в их конкретных семантических ролях могут присоединяться к основам данного класса. Поскольку уравнения этого типа довольно громоздки, приведем один пример такого рода уравнений. К основам-названиям животных могут присоединяться суффиксы: мужского рода -ник/-овник/-атник/-ятник, создавая значение «место, помещение для животных, названных в основе» (слоновник) или «человек (лицо) — любитель данного вида животных» (кошатник, голубятник); женского рода -ина (а)-овин(а)/-атин(а)/ -ятин (а) со значением «мясо или шкура животного, названного в основе» (верблюжатина, воловина), -иц(а), -их (а) со значением женскости (волчица, слониха), -н(я) со значением «помещение для животных, названных в основе (овчарня, свинарня):

$$
\begin{gathered}
z_7^{ж} \supset (y_1^{о} \vee y_1^{а} \vee y_1^{я} \vee y_1^{-})(y_2^{в} \vee y_2^{т} \vee y_2^{-})\, y_3^{н} y_4^{и} y_5^{к} \wedge \\
\wedge\, x_5^{к} x_8^{м} (x_7^{н} x_9^{н} x_{10}^{е} x_{11}^{ц} x_{15}^{ф} \vee x_7^{о} x_{20}^{л}) \vee x_8^{ж} (y_1^{-} (y_2^{-} \vee y_2^{о} \vee y_2^{а} \vee y_2^{я}) \times \\
\times\, (y_3^{в} \vee y_3^{т})\, y_4^{и} y_5^{н} x_5^{к} x_7^{н} x_9^{п} \vee y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{-} y_5^{н} \wedge \\
\wedge\, x_5^{к} x_7^{н} x_9^{н} x_{10}^{е} x_{15}^{ф} \vee y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{-} (y_5^{ц} \vee y_5^{х})).
\end{gathered}
\tag{11}
$$

Для полноты описания синтагматических связей необходимо записать уравнения III типа — запретных сочетаний производящих основ и деривационных суффиксов. Если основа «неодушевленный конкретный предмет», к ней не может присоединяться значение женскости $z_7^{п} \supset \overline{x_8^{ж}}$ (12). К основам со значением предметности не присоединяются суффиксы со значением предметности $z_7^{п} \supset \overline{x_5^{к} x_9^{н}}$ (13). К основам прилагательных не присоединяется суффикс -чик/у-щик: $y_1^{-} y_2^{-} (y_3^{н} \vee y_3^{щ})\, y_4^{и} y_5^{к} \supset \overline{x_4^{п}}$ (14). Суффикс -ист не присоединяется к адъективным и глагольным основам: $y_1^{-} y_2^{-} y_3^{н} y_4^{с} y_5^{т} \supset \overline{x_4^{п}}\,\overline{x_4^{г}}$ (15). Суффикс -ун не сочетается с адъективными основами: $y_1^{-} y_2^{-} y_3^{-} y_4^{у} y_5^{н} \supset \overline{x_4^{п}}$ (16). Суффикс -ник не сочетается с адъективными основами: $y_1^{-} y_2^{-} \wedge$ $\wedge\, y_3^{н} y_4^{и} y_5^{к} \supset \overline{x_4^{п}}$ (17).

Система лингвистических уравнений предложенных трех типов может дополняться и расширяться, являясь составной частью комплексной математической модели суффиксального словообразования имен существительных, и может использоваться в системах деривативной обработки текстов русского языка при создании лингвистического обеспечения автоматизированных информационных систем.

**Список литературы:** 1. *Улуханов И. С.* Словообразовательная семантика в русском языке. — М., 1977. — 210. 2. *Милославский И. Г.* Вопросы словообразовательного синтеза. — М., 1980. — 246 с. 3. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Бондаренко М. Ф.* О математическом описании естественного языка // Пробл. бионики. — 1981. — Вып. 27. — С. 9—13:

*Поступила в редколлегию 02.06.86*

УДК 62.5

*С. И. МРЪЧЕВ*

## ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЧЕЛОВЕЧЕСКОЙ ПАМЯТИ

Память характерна для обширного класса информационно-управляющих систем, независимо от их принадлежности к живым или неживым объектам. В биологическом аспекте под памятью подразумевается совокупность механизмов, предполагающих накопление, сохранение и воспроизведение информации в саморегулирующихся живых системах по всем уровням их организации и эволюционного развития.

Нами принята попытка создания метода количественного моделирования человеческой памяти путем оценок факторных списков или вербальных экспертных ответов, реализованных с помощью системы принятия решений при моделировании человеческой памяти (СПРМЧП), состоящей из трех подсистем: информационного обеспечения (ИО); планирования научных исследований (ПНИ); экспертной оценки (ЭО).

Работа каждого эксперта рассматривается как процесс создания индивидуальных эвристичных моделей для причинно-следственных связей проблемы, путем творческой переработки существующей информации и ее обобщения (вместе с прогностическими выводами).

Оценки реализуются по следующим вариантам.

1. Заданный вопрос и его ответы. Эксперт дополняет (видоизменяет) их и приоритетно подбирает свои ответы.

2. Заданный вопрос и его ответы. Эксперт дополняет (видоизменяет ) их и оценивает ответы в рамках шкалы (0,1) или на произвольной шкале.

3. Задан вопрос. Ожидается вербальный ответ не длиннее 444 символов. Эксперт отвечает словесно примерно так: да; нет; может быть..., но может быть...; да, но может быть и нет, из-за...; почти согласен; из-за....; почти согласен, но....; не знаю, не имею мнения из-за....; вообще не согласен, потому что...; ввиду... может быть...; исходя из... точно может сказать....; категорически доказано, что...; умозрительно... Другие выражения, содержащие такие слова, как: много, мало, более-менее, менее значительно, исключительно, легко, незначительно, несущественно, ничтожно, около, почти, приблизительно, существенно сильно, слабо, совсем, слишком и другие лингвистические добавки.

В подсистеме ЭО показано моделирование большой системы памяти человека.

1. Составление списка факторов для оценок.

2. Составление списка, полученного от экспертов, имеющих связь.

3. Составление матрицы связей (фактор-эксперт). Выбор 20 (15) экспертов с самыми многочисленными связями.

4. Составление файла ответов экспертов (текстовые; оценочные: свободно ранжированные, классически ранжированные), т. е. составление матрицы рангов (классификаций) с размерностью $m \times n$, где $m$ — число факторов; $n$ — число экспертов.

5. Каковы ответы экспертов?

6. Ответы текстовые. Все выражения болгарского языка обрабатываются системой «ТЕКСТ», причем на каждом тексте сопоставляется числовая стоимость. Ответы экспертов, рассматриваемые как сложные выражения, разбиваются на простые, которые оцениваются методикой, разработанной на основе размытых множеств Заде [1], и в них ищутся базисные термины, лингвистические добавки, слова, указывающие операции «И», «ИЛИ», «НЕ».

7. Оценки экспертов получены как результат действия системы «ТЕКСТ» или свободно ранжированные. Коэффициент согласия вычисляется по видоизмененным формулам ранговой корреляции базы аппарата размытых множеств:

$$w = 1 - \frac{s(\alpha)\, s(\beta) + \frac{m}{2}\, s(\alpha^2)}{ms(\alpha^2)},$$

где эксперты А и В оценили факторы $x_1, \ldots, x_m$ соответственно с оценками $p_1, \ldots, p_m$; $q_1, \ldots, q_m$;

$$s(\alpha^2) = \sum_{i=1}^{m} (p_i - q_i),\ s(\beta) = \sum_{i=1}^{m} q_i,$$

$$s(\alpha) = \sum_{i=1}^{m} p_i,\ s(\alpha^2) = \sum_{i=1}^{m} p_i^2.$$

8. Оценки представлены в классическом виде. Вычисляется коэффициент согласия по формулам

$$w = s(\alpha^2) \Big/ \left[\frac{1}{12} n^2 (m^3 - m) - nT\right];$$

$$s(\alpha^2) = \sum_{i=1}^{m} \left(\sum_{j=1}^{n} o_{ij} - \frac{1}{2} n (m+1)\right)^2;\ T = \frac{1}{12} \sum_{t_j} (t_j^3 - t_j),$$

$o_{ij}$ — ранг данного $j$-го эксперта на счет $i$-го фактора; $t_j$ — количество повторений для каждого ранга $j$-го эксперта.

9. Проверка неслучайности полученных классификаций методом ранговой корреляции и отсеивание экспертов, имеющих несогласованную классификацию.

10. Вычисление коэффициента занятости экспертов с учетом веса факторов:

$$k_i = \sum_{j=1}^{m} B_{ij}\, \alpha^{j-1},$$

$k_i$ — коэффициент занятости $i$-го эксперта; $B_{ij}$ — коэффициент связи $i$-го эксперта с $j$-тым фактором;

$$B_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ — имеет связь,} \\ 1 \text{ — не имеет связь;} \end{cases}$$

$j$ — номер ранга фактора в соответствии с классификацией; $\alpha$ — средневзвешенное отношение весов между двумя факторами (определяется априорно или как среднее значение мнения экспертов).

11. Выбор 6...10 экспертов с самыми большими $k_i$.

12. Выяснение погрешности оценки при увеличении весового расстояния между двумя соседними ранговыми факторами, которые сравниваем с целью получения экспертных оценок: сравнение двух соседних ранговых факторов сверху вниз при эталоне — большего

фактора; сравнение двух соседних ранговых факторов снизу вверх при эталоне — меньшего фактора.

13. Проверка методами параметричной статистики [2,3] гипотезы наличия гистерезиса.

14. Имеется оценка в одном направлении (получается меньшее значение для избранной дисперсии оценивания).

15. Определение средней оценки факторов

$$o_j = \frac{1}{2}\left(o_o + \frac{y_q - y_o}{y_s - y_o}(o_s - o_o)\right),$$

где $o_s$, $o_o$ — соответственно оценки самого важного и самого маловажного факторов, $y_s$, $y_o$ — соответственно суммарный ранг самого важного и самого маловажного факторов.

16. Нормирование средних оценок факторов по $o_{jн} = \prod_{k=1}^{j} o_k$.

17. Вычисление нормированной дисперсии для каждого эксперта:

$$s_{iн}^2 = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}((o_{ji} - o_j)\, o_{jн}),$$

$o_{ij}$ — оценка $j$-го фактора $i$-го эксперта.

18. Разделение экспертов в двух равночисленных группах обеспечивает отношение

$$\sum_{1}^{n/2} s_{iн} - \sum_{n/2+1}^{n} s_{iн} = \min.$$

19. Исчисление средних оценок для первой группы $O_{j1}$ и для второй группы $O_{j2}$ и определение регрессионной зависимости $O_{j1} = O$ методом регрессионного анализа [2,4]. Чем меньше остаточная дисперсия, тем более точной и достоверной является шкала [1].

20. Проверка инвариантности групповых шкал, т. е. является ли $o_{j1} = o_{j2}$ (фактически определяется возможность использовани полученных оценок как объективной меры — модель фактор, подлежащий оценке), имея в виду, что $o_{j1}$, $o_{j2}$ — средние групповые оценк $j$-го фактора.

21. Вычисление выбранного значения по номерированной диспер сии

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_{iн}^2.$$

22. Сравнение полученого в п. 21 значения $s^2$ с желанным (допустимым): $s^2 > s_{жел}$.

23. Является ли неоднородной большая дисперсия оцениваемог фактора?

24. Уменьшение $s^2$ путем изменения величины и состава экспертс (уменьшение в 2,5 раза), путем построения регрессионной зависим

сти [3] $s = F(i)$ при $i = 1, 2, \ldots, n$ и, если функция $F(i)$ имеет минимум, то $n_{\min}$ — это величина экспертов, имеющих самую маленькую дисперсию, а если $\alpha_s/\alpha_n < 0$, то устанавливаются разумные пределы роста качества экспертов для $s = F(i)$.

25. Ускорение построения зависимости $s = F(i)$, уменьшение объема вычислений путем подбора экспертов в зависимости нарастания их $s^2_{iн}$, $k = 2^n/3n$.

26. Определение зависимости $s_1 = F_1(i)$ при нарастании по мере упорядочивания увеличивается состав экспертов.

27. Вычисление $s_2 = F_2(n - i + 1)$ путем увеличения состава экспертов, т. е. увеличение $i$ в обратном порядке.

28. Тогда регрессионная зависимость получается в виде

$$s = \frac{s_1 + s_2}{\sqrt{2}} = F(i).$$

29. Окончательное формирование (уточнение и принятие) состава экспертов и их оценок.

30. Вычисление веса каждого эксперта (с целью минимизации, т. е. обеспечения повышенной точности оценки):

$$q_i = \frac{1/s^2_{iн}}{\sum\limits_{i=1}^{n} 1/s_{iн}}.$$

31. Заново пересчитывается порядок оценок:

$$o_{iq} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} q_i o_{ji}.$$

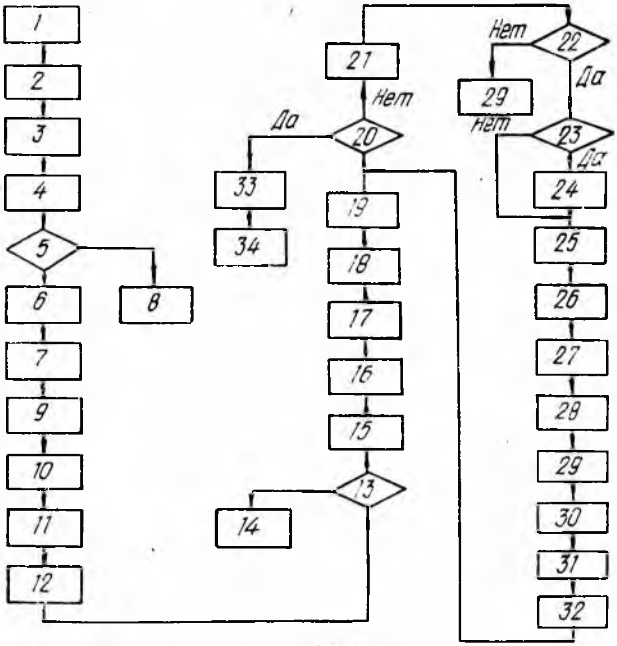
32. Нормирование полученных оценок: $o_{jн} = \prod\limits_{k=1}^{n} o_k$.

33. Подтверждается ли с неменьшей вероятностью регрессионная зависимость $o_{j1} = o_{j2}$ при введении весов экспертов $q_i$, чем до их введения?

34. Отпечаток окончательного ряда оценок $o_{jq}$, т. е. модели системы или $o_j$.

Для подблока «ТЕКСТ» полученные экспертные ответы обрабатываются редактором таким образом, чтобы у них был прямой порядок членов предложения: определение подлежащего, подлежащее, сказуемое, определение сказуемого, дополнение и чтобы они были обобщены в сложные фразы, представляющие совокупности сложных фраз, связанных с операцией «ИЛИ», как показано на рисунке.

Последние, в свою очередь, являются совокупностью простых выражений, связанных с операцией «И». Простые выражения состоят из базисных терминов — БТ (определение сказуемого — носит информацию об отношении эксперта к вопросу), лингвистических добавок — ЛД (стоящие перед БД), ряда слов, слов, указывающих на операцию «НЕ», и снова ряда слов. Конец редактированного ответа обозначается ⋇, а начало равноценно операции «ИЛИ». Если отдельные БТ предварительно оценены вспомогательной группой экспертов (т. е. отсутствуют в ТБТ), тогда исследуется их влияние на ответы (их оценочная стоимость), в составе которых они используются. Для этого БД задается несколько служебных стоимостей (0; 0,5; 1) и вычисляются оценки редактированного ответа (соответственно: $R_1$ (1), $R_1$ (2), $R_1$ (3)), которые сравниваем для близости через принятый служебный критерий — 0,05: $|R_1(1) - R_1(2)| < 0{,}05$; $|R_1(2) - R_1(3)| < 0{,}05$ $|R_1(1) - R_1(3)| < 0{,}05$.




При выполнении неравенства, когда неоцененный БТ незначителен, для оценки ответа берется $R_1$ (2) и БТ окончательно присваивается стоимость 0,5, которая записывается в таблицу для БТ (ТБТ).

Если оценки ответа существенно различаются (неравенства не выполнены), то ответ эксперта считается необработанным и неоцененные БТ (НБТ) печатаются в таблице ТНБТ (для дополнительной оценки вспомогательной группы экспертов).

Операция «НЕТ» используется, если встречаются слова: нет, никак, ни и др.— реализуется при помощи $v = (1 - f)/v$.

Операция «И» — при наличии слов: а, и, да, однако, но и др.— реализуется с помощью $v_f \cap v_q = \min(f, g)/v$.

Операция «ИЛИ» — при наличии слов: или, либо и др.— реализуется с учетом $v_f \cup v_q = \max(f, g)/v$.

Операция «СТЕПЕНЬ $\alpha$» — при наличии лингвистических добавок (с оценкой $\alpha_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$) — реализуется по формуле $v_f = f^{\alpha}/v$; $f, g$ — функции принадлежности из размытых множеств $v_f$,

$v_g$ на множество — универсиум $v$; $\alpha > 0$ — примерно; $\alpha = 2$ — для много, слишком (концентрация); $\alpha = 2{,}5$ — для исключительно, существенно (сильная концентрация); $\alpha = 0{,}5$ — для маленького, легкого (растягивание); $\alpha = 0{,}25$ — для слабого, незначительного (легкое растягивание).

Итак, создана и машинным образом реализована система для бионического моделирования ПАМЯТИ ЧЕЛОВЕКА, т. е. метод для моделирования посредством трех подсистем — ИО, ПНИ, ЭО, обладающих следующими достоинствами: отражение актуального обеспечения научной, технической и патентной информаций; оптимальное информирование благодаря созданным процедурам (содержащим научное классифицирование проблемы, поиск информационных источников и их публикаций, персональную авторскую картотеку, отражающую научные интересы) и структурам, реализующим на существующих информационных органах при ручной технологии процессов; формирование обширного плана будущих (предстоящих) работ по проблеме, характеризующихся в ближайшие годы законченностью, конкретностью и перспективностью; устранение расплывчатости целей и подцелей, благодаря чему охватываются все существующие знания, средства и методы, необходимые для решения; эвристический поиск решения (выход) не допускает отхода (бегства) от проблемы при отсутствии средств, информационного обеспечения, интеллектуальной мощи (время); не ослабевает напряжение научной этики при отсутствии уверенности, что работа будет понята, поддержана, финансирована; смягчается формулировка при планировании работы путем непоказа полноты ожидаемых выходных результатов и их приложения; возможность регулирования точности моделирования (оценка); возможность сохранения индивидуальных характерных особенностей вербальной информации, данной экспертами, и возможность обработки свободно ранжированных факторов; возможность проверки гипотез одномерности, надежности, достоверности шкалы оценок; возможность обработки текстовых ответов экспертов и получение из них количественных оценок без опорочения неправильно планированных факторов.

Применение метода решения широкого класса задач, связанных с эвристическими способами количественного оценивания, структурирования количественных проблем и др.

**Список литературы**: 1. *Zadeh L.* Fussysystems // IEEE Trans. on Syst. Man. Cybern.— 1973.— № 1.— P. 5—16. 2. *Мот Ж.* Статистические предвидения и решения на предприятии.— М., 1966.— 512 с. 3. *Смирнов Н. В., Дунин-Бурковский И. В.* Курс теории вероятности и математической статистики.— М., 1965.— 511 с. 4. *Зайцева М. И.* Методы шкалирования при изменении установки // Соц. исследования.— 1970.— Вып. 5.— С. 173—211.

*Поступила в редколлегию 03.07.86*

УДК 62.50.003.6:57

Р. Т. ВОЛКОЛУПОВА, д-р техн. наук

# ПОСТРОЕНИЕ БАЗЫ АЛГОРИТМОВ ПРОГРАММ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Жизнеспособность биологических систем определяется в некоторой степени уровнем их организации, структурными и функциональными отношениями. При высоком уровне организации рассматриваемая система может изменяться, а основные взаимоотношения между ее частями остаются постоянными. В природе оптимальное поведение заложено в «уровне сознания» биологических систем, в развитии моделирующих способностей в сфере управления системой. Использование такого рода свойств биологических систем с позиций бионики позволит повысить жизнеспособность организационных и технических систем, характеризующихся, как и биологические системы, сложной структурой.

Структуры систем различной природы являются не только основным элементом их изучения, но и обобщающим фактором их математического моделирования. Структурные исследования включают структурный анализ, связанный с изучением свойств структурных элементов системы в зависимости от ее классификации, структурный синтез, сводящийся к выбору из всех возможных структур одной, наилучшей в некотором определенном смысле.

При решении различных практических задач по изучению или проектированию систем структурный анализ служит составной частью общих исследований. Он позволяет выделить части системы и оценить отношения между ними, изучить информационные потоки, связывающие части системы, получить количественную и качественную характеристики системы и ее частей. С помощью структурного синтеза устанавливаются совокупность частей системы (элементов и подсистем), их взаимосвязь, входы и выходы, определяются методы синтеза и критерии предпочтения построения данной структуры. К методам синтеза предъявляются требования, выдвигаемые самой жизнью перед биологическими системами: формирование оптимальных или близких к оптимальным структур систем.

Структурный анализ и синтез систем производится на модели структуры. Модель структуры сложной системы, содержащей как отдельные элементы, так и подсистемы, может быть задана моделирующим графом.

Под моделирующим графом $G = (X, U)$ будем понимать математическое представление структуры сложной системы, состоящей из простых элементов, называемых двухполюсниками и составляющих множество простых вершин графа $x_k$, а также подсистем многополюсников, заданных в графе полюсами-вершинами $x_l$, $x_k \cup x_l = X$ и совокупностью взаимосвязей $U$ вершин и вершин-полюсов, определяющих ребра моделирующего графа.

Моделирующие графы являются дополнительным источником информации, позволяющим не только исследовать структуру системы, но и ускорить процесс составления и решения уравнений, описывающих функциональные процессы в ней.

Имея в качестве модели структуры моделирующий граф, структурный анализ и синтез можем проводить с помощью этого графа. Таким образом, структурные исследования систем заменяются топологическими исследованиями графов. Использование ЭВМ при топологических исследованиях требует задания геометрического образа моделирующего графа числовым. Топологические особенности графов могут быть переведены на язык чисел различными способами. Один из них— язык сетевых множеств, значительно эффективнее матричного [1]. Моделирующий граф полностью определяется сетевым множеством, задает отношения инциденций и смежностей между вершинами, ребрами и дугами, циклами и контурами.

Сетевым множеством называется совокупность элементов, если она может быть представлена как объединение некоторого семейства упорядоченных подмножеств, элементами которых являются числа натурального ряда со знаками или без них, и если она допускает пересечение любой пары своих подмножеств и предполагает объединение любого множества своих подмножеств.

Моделирующий граф может быть представлен начальным описанием двух видов: сетевым множеством смежностей и сетевым множеством инциденций. Под начальным описанием графа будем понимать математический аппарат, отражающий множество всех вершин исходного графа и способов их соединения, а также указывающий ориентации соединений, если они есть.

Математическое описание моделирующих графов сетевыми множествами может быть использовано как для первоначального представления графа, так и для его топологического анализа. В связи с этим сетевые множества подвергаются различным преобразованиям, т. е. на сетевом множестве определяются алгебраические операции.

Алгебраическая операция определена на сетевом множестве, если каждой паре его элементов $x_i$, $x_j \in K$ или $u_l$, $u_r \in R$ ставится в соответствие единый третий элемент $x_v \in K$ или $u_\xi \in R$, где $K$ и $R$ — подмножество соответственно множества смежностей $A$ и множества инциденций $S$.

Эти рассуждения могут быть перенесены с уровня элементов подмножеств на сами подмножества.

Совокупность сетевых множеств и операций над ними определяет алгебру сетевых множеств [2]. Операции над сетевыми множествами одинаковы как в случае множества смежностей, так и для множества инциденций. Для удобства рассмотрения операций сетевой алгебры введем обобщенное сетевое множество $B = \{P_1, P_2, \ldots, P_i, \ldots P_j, \ldots \ldots, P_l, \ldots, P_n\}$, в котором подмножества $P_i$, $P_j$, $P_l$ могут быть подмножествами $K_i$, $K_j$, $K_l$ множества смежностей и подмножествами $R_i$, $R_j$, $R_l$ множества инциденций.

Алгебраические операции сетевых множеств разделяются на два класса: внутренние и внешние. Различие между классами заключается в том, что внутренние операции преобразуют сетевое множество, изменяя его подмножества. Внешние операции преобразуют все множество без выделения подмножеств. Оба вида операций подразделяются также на унарные и бинарные операции в зависимости от количества операндов, принимающих в ней участие.

Бинарная операция на множестве $B$ (подмножестве $P$) означает правило, которое каждой упорядоченной паре $(P_i, P_j)$ подмножеств $B$ ($(x_i, x_j)$ или $(u_i, u_j)$ элементов $P$) ставит в соответствие третий элемент $B(P)$ — значение этой операции на паре $(P_i, P_j)$ ($(x_i, x_j)$ или $(u_i, u_j)$).

Унарной операцией на множестве $B$ (подмножестве $P$) называется всякое правило $\delta$, которое любому подмножеству $P \subset B$ (элементу $x_i \in P_i$) ставит в соответствие однозначно определенное подмножество $\delta(P) \subset B$ (элемент $\delta(x_i \in P_i)$), значение операции $\delta$ на $P(x_i)$.

Изучение вопросов, связанных со структурным анализом и синтезом сложных сетевых систем при их исследовании, определило круг соответствующих топологических задач [3].

Топологические задачи находят элементарные циклы, цепи, эйлеровы и гамильтоновы линии в неорграфах; контуры, пути и те же линии в орграфах; независимые циклы и контуры, позволяющие записать уравнения, которые отражают процессы, протекающие в системах; определяют количественные оценки графов в виде числа деревьев, прадеревьев, количество циклов, цепей (контуров, путей); решают экстремальные задачи на графах, связанные с определением деревьев минимальной длины, множества деревьев, оптимальных по ряду критериев, кратчайших путей на графе; минимального множества цепей, покрывающих связный граф и др. Все эти задачи затрагивают различные характеристики графов.

Обобщая поставленные цели, достигаемые при выполнении определенных критериев, а также указывая возможности исследуемой системы, сформулируем следующую обобщенную топологическую задачу.

Требуется определить $\{\delta_k, \Theta_{ij}, W_i^k, \mu_i, \eta\}$ при ограничениях: I — на вид графа; II — на взаимосвязь параметров, если выполняются условия: I — $\tau = \min$; II — $\xi = \begin{cases} \min \\ \max \\ \lambda \end{cases}$, где $\delta$ — оператор определения числа деревьев; $\Theta$ — оператор определения количества цепей (путей), циклов (контуров); $W$ — оператор выбора дерева графа; $\mu$ — оператор нахождения цепи (пути); $\eta$ — оператор нахождения цикла (контура); $\tau$ — машинное время решения задачи и время подготовки начальных данных; $\lambda$ — предельное значение критерия.

Конкретизация различных условий обобщенной задачи определит и классифицирует частные топологические задачи.

Сетевые множества, операции их алгебры и постановки частных топологических задач — необходимые и достаточные сведения о системе для проведения ее структурного исследования [4]. С этой целью необходимо разработать алгоритмы программ для реализации методов решения топологических задач. В основу таких алгоритмов, кроме общепринятых процедур, должны быть включены процедуры, реализующие операции алгебры сетевых множеств. Данные операции обладают тем свойством, что в результате применения любой из них получим множество или подмножество, подчиняющееся тем же аксиомам, что и исходное. Это обстоятельство позволяет применять к сетевым множествам некоторую последовательность операций их алгебры. Сетевые множества вместе с алгебраическими операциями связывают топологические свойства графов с методами построения алгоритмов. Поэтому они могут быть использованы для исследования систем, структура которых моделируется графом, на всех этапах.

Совокупность алгоритмов программ такого рода топологического исследования графов определит базу алгоритмов специального назначения. Иерархическая структура базы имеет два основных уровня: уровень операций и уровень топологических задач. Основу базы составляет нижний уровень операций. Алгебра сетевых множеств состоит из 13 операций. Для каждой из них разработан алгоритм реализации на ЭВ$M$, который может быть записан на любом типовом алгоритмическом языке, с помощью типовых программных средств. Тогда каждая из операций алгебры сетевых множеств реализуется программным модулем. Многие модули взаимоувязаны, что определяет иерархическую структуру и самого уровня операций. Почти все модули операций используют алгоритм операции выборки. Рассмотрим ее. Аксиоматическое определение операции выборки следующее.

Выборкой множества $B$ по элементу $z$, символически $B\,\alpha\,(z)$, называется множество, полученное в результате выделения подмножеств $P_i \ni z, \ldots, P_j \ni z$.

В случае отсутствия элемента $z$ в каких-либо подмножествах множества $B$ результатом этой операции будет пустое множество.

Например, пусть задан некоторый орграф $G$. Первоначальное его описание задано множеством смежностей $A$ и множеством инциденций $S$, имеющим как положительные, так и отрицательные элементы подмножеств.

$$A = \{\{2,\ 8\},\ \{3,\ 4\},\ \{6\},\ \{1,\ 8\},\ \{3,\ 4,\ 7\},\ \{5\},\ \{6\},\ \{5,\ 7\}\},$$
$$S = \{\{6,\ -1,\ -14\},\ \{1,\ -4,\ -2\},\ \{2,\ 5,\ -3\},\ \{4,\ 7,\ -6,\ -13\},$$
$$\{8,\ 11,\ -10,\ -7,\ -5\},\ \{3,\ 9,\ -8\},\ \{10,\ 12,\ -9\},\ \{13,\ 14,\ -11, -12\}\}.$$

Тогда аналитический результат операции выборки для данного примера будет следующий: $A\alpha\,(x) = \{K_i, \ldots, K_j\}$; $x \in K_i, \ldots, x \in K_j$; $x = 4$, $A\alpha\,(4) = \{K_2,\ K_5\} = \{\{3,\ 4\},\ \{3,\ 4,\ 7\}\}$; $A\alpha\,(x_i,\ x_j, \ldots, x_v) = (\ldots((A\alpha\,(x_i))\,\alpha\,(x_j))\,\alpha \ldots)\,\alpha\,(x_v)$; $S\alpha\,(u) = \{R_i, \ldots, R_j\}$; $u \in R_i, \ldots, u \in R_j$; $S\alpha\,(u_i,\ u_j, \ldots, u_v) = (\ldots((S\alpha\,(u_i))\,\alpha\,(u_j))\,\alpha \ldots)\,\alpha\,(u_v)$; $u_i = -7$, $u_j = 8$, $S\alpha\,(-7,\ 8) = \{R_5\} = \{8,\ 11,\ -10,\ -7,\ 5\}$.

Выборкой множества $B$ по элементам $z$, ш, ..., $d$, символически $B\alpha\,(z$, ш, ..., $d)$, называется множество, составленное из подмножеств $P_i \ni z$, ш, ..., $d$; ....; $P_j \ni z$, ш, ..., $d$.

Выборку множества $B$ по множеству элементов можно определить, многократно применяя выборку по одному элементу. Например, $B\alpha\,(z$, ш, $k)$ можно представить как $((B\alpha\,(z))\,\alpha$ (ш)$)\,\alpha\,(k)$. При выполнении данной операции следует соблюдать правила: первой производится выборка, заключенная в самые внутренние скобки (в нашем случае $B\alpha(z)$), затем — выборка, заключенная в скобки, охватывающие первую выборку (в нашем примере $(B\alpha(z))\alpha$ (ш)), причем исходным множеством для нее служит множество, полученное в ре-

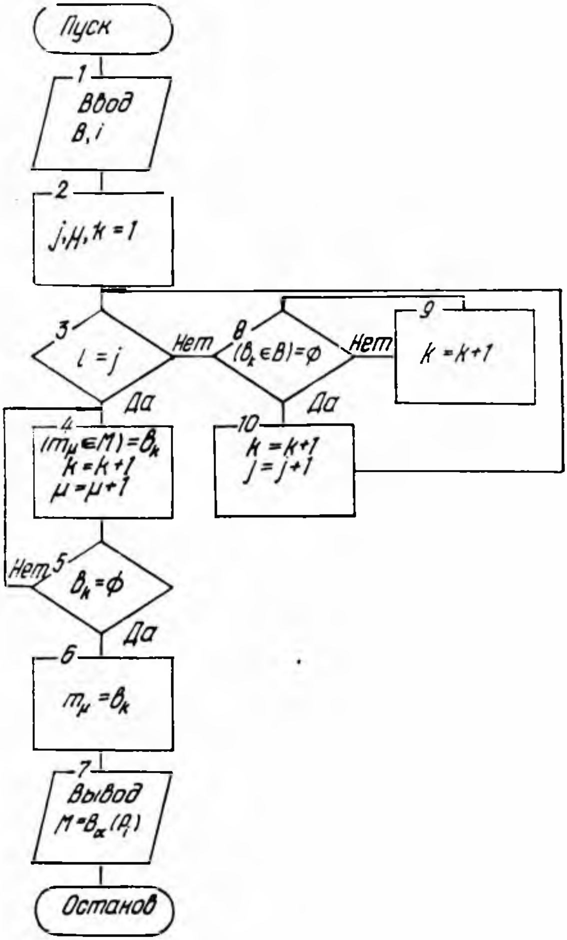



Рис. 1

зультате предыдущей выборки (у нас множество $B\alpha(z)$) и т. д. и, наконец, последняя выборка, определенная самыми правыми символами (здесь выборка множества $(B\alpha(z))\alpha$ (ш) по элементу $k$).

Наиболее распространенной является операция выборки подмножества $P_i$ множества $B$.

Выборкой подмножества $P_i$ множества $B$, символически $B\alpha(P_i)$, называется подмножество $P_i$, полученное в результате выделения данного подмножества по его номеру $i$.

Блок-схемы операции выборки подмножества и множества по элементу приведены на рис. 1,2 соответственно.

Алгебра сетевых множеств создает конструктивно новые и более эффективные алгоритмы топологического исследования в отличие от традиционных матричных.

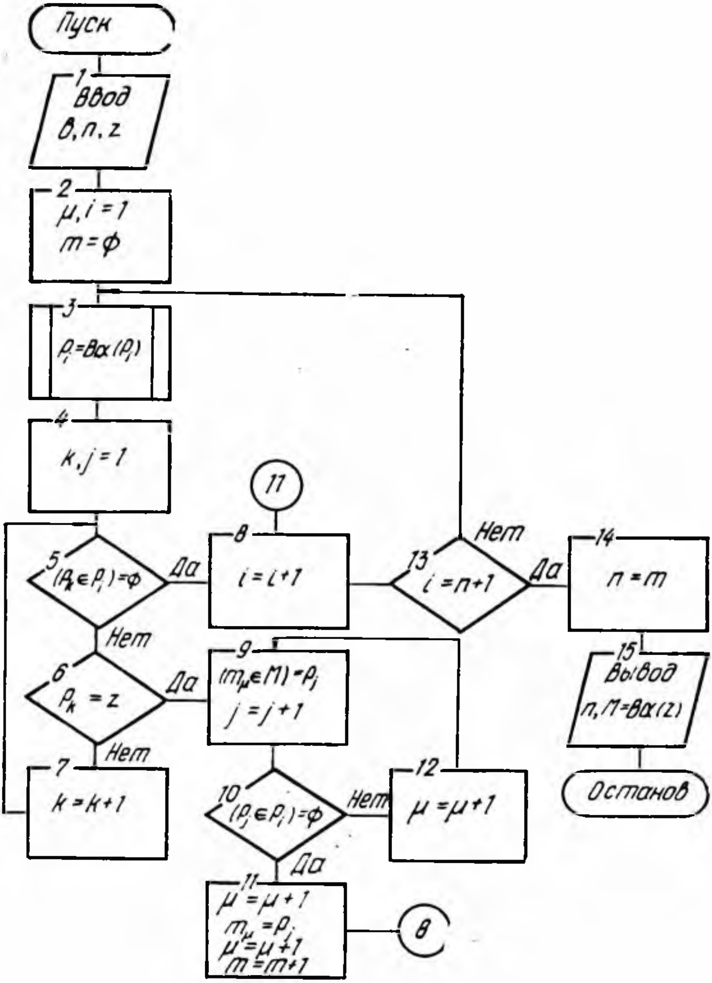



Рис. 2

База алгоритмов программ топологического исследования графов представляет собой программное обеспечение, основанное на методе сетевых множеств, ядром которого являются сетевые множества, операции их алгебры, а также свойства этих множеств и операций.

В отличие от традиционных библиотек стандартных программ широкого назначения рассматриваемая база алгоритма и сами программы обладают большой гибкостью, легко доступны поиску пользователя, значительно упрощают программирование и занимают меньше памяти ЭВМ, которая перегружена не только базами данных, но и библиотеками программ. Замена библиотек общего назначения в отдельных случаях базами программ специального назначения устраняет избыточность программ и противоречивость их модификаций, значительно экономит память ЭВМ и ее время, затрачиваемое на поиск и реализацию необходимой программы. Следовательно, высокий уровень организации, обеспечивающий жизнеспособность биологическим системам, использованный в организационных системах, повышает их действенность.

**Список литературы**: 1. *Волколупова Р. Т.* Алгебра моделирующих графов // Тр. XVIII Междунар. коллоквиума по результатам исслед. в техн. кибернетике, прикл. математике и вычисл. технике.— Ильменау, 1973.— С. 45—48. 2. *Волколупова Р. Т.* Метод сетевых множеств и его реализация // Теория оптимальных решений.— К., 1975.— С. 82—88. 3. *Волколупова Р. Т.* Топологические исследования моделирующих графов // Тр. XXI Междунар. коллоквиума по техн. кибернетике и прикл. математике.— Ильменау, 1976.— С. 41—44. 4. *Волколупова Р. Т.* Вопросы автоматизации проектирования сложных сетевых систем // АСУ и приборы автоматики.— 1984.— Вып. 70.— С. 17—23.

*Поступила в редколлегию 28.04.86*

УДК 007:57+681.3.06

*В. В. СКВОРЦОВ*, д-р техн. наук

## ЭМОЦИИ В ДИАЛОГОВЫХ ПРОГРАММАХ

Следует ли наделять компьютер свойством, характерным для человеческой личности,— индивидуальностью стиля? Как должен вести себя автомат, в частности компьютер, исполняющий информационные функции и обслуживающий многих разнородных, нередко незнакомых друг с другом клиентов, например посетителей вокзала, музея, бюро, трамвая? Сведения о расписании или о прибытии поездов и самолетов, безусловно, должны иметь абсолютно стандартную форму подачи. Информация об остановках городского транспорта некоторыми водителями преподносится в нетрадиционной форме с рассказами и отвлечениями, не носящими обязательных функций, с комментариями и акцентами, указывающими на отношение говорящего к излагаемым им фактам. Такая неформальная окраска формальных сведений в принципе всегда будет вызывать разнородную реакцию пользователей. При таком подходе невозможно угодить всем, тогда как строгие справочные функции информатора устраивают всех.

Обратимся к каждому пользователю с вопросом: «Ваше отношение к работе автоинформатора?» и предусмотрим семь градаций возможного ответа. 7. Восхищаюсь его работой. 6. Очень доволен его работой. 5. Мне в общем-то нравится с ним общаться. 4. Воспринимаю его работу как должное. 3. Не слишком удовлетворен общением с ним. 2. Очень слабо удовлетворен. 1. Крайне недоволен его работой. Будем откладывать по горизонтали степень удовлетворенности, а по вертикали относительные частоты (рисунок). Здесь сплошная линия *1* — для формального информатора, пунктирная линия *2* — для неформального. Подобные опыты проводились нами неоднократно. Дисперсия в случае *2* всегда выше, но среднее значение может измениться в любую сторону и зависит от многих факторов. Поэтому невозможен однозначный ответ, позволительно ли массовому информатору отклоняться от сугубо делового стиля. Все зависит от конкретных условий: информатор о расписании транспорта (самолетов, поездов) обязан быть абсолютно формальным; информатор, исполняющий роль экскурсовода, должен иметь индивидуальный стиль.


Несколько иначе обстоит дело с «персональным секретарем». Его владелец волен сам решать, когда он будет требовать от своего слуги абсолютной серьезности, а когда может позволить контролируемую раскованность.

В связи со всеобщим внедрением в вузовскую практику АОС возрастает доля времени, в течение которого студенты общаются не с людьми, а с компьютерами. Необходимо позаботиться о психологической комфортности процесса такого обучения. Обучение с помощью ЭВМ, кроме неоспоримых достоинств, имеет и свои узкие места. Создатели обучающих и особенно контролирующих программ обычно настраивают их на «серьезный лад». Между тем любой собеседник ЭВМ может и должен сообщить ей и миру прежде всего: «Я человек, ничто человеческое мне не чуждо». Собеседник ЭВМ быстро утомляется от общения на строго логической основе. У него есть личные пристрастия, характер, настроение, заботы дня, состояние здоровья. Существуют отвлекающие внимание человека другие источники информации. Не случайно повсеместно поугасла эйфория вокруг идеи программированного обучения.

Забвение, а тем более пренебрежение гуманитарным аспектом функционирования диалоговых систем обедняет их возможности, снижает эффективность и может привести к выработке у пользователя негативной установки к такого рода системам. Человек, в частности студент, начинает изыскивать возможности избежать новых или лишних контактов с диалоговой системой.

В известных АОС немало обучающих и контролирующих программ обладают усыпляющими, изнуряющими, отпугивающими свойствами. На кафедре прикладной математики Казанского химико-технологического института игровой (иногда игривый) стиль пронизывает методическое и программное обеспечение элементов АОС. Это обеспечение является составной частью развитого на кафедре викторинного метода проблемного обучения, контроля и коррекции знаний. В этом методе сочетаются логические и эмоциональные приемы воздействия на обучаемых. Метод возбуждает у студентов интерес к изучаемому предмету на следующих последовательно сменяемых основах: привлечение внимания и возбуждение любопытства, спортивно-игровая активизация, осознание практической полезности данного предмета для будущей профессии, выработка и укрепление внутренней потребности к познанию.

Наиболее характерное звено метода — викторина, проводимая во время лекции или практического занятия. Она осуществляет обратную связь преподавателя со всеми студентами. Преподаватель время от времени задает краткие вопросы, на которые возможны три варианта ответа: да, нет, затрудняюсь. Правильный ответ дает +1 очко, неверный —1, ответ «затрудняюсь», как правило, не приносит обучаемому никаких очков. Но иногда встречаются вопросы, на которые правильным ответом является «затрудняюсь (не знаю)». Вот примеры таких вопросов: «Верно ли, что колесо изобретено в древнем Вавилоне?», «Если пуд больше 40 фунтов, отвечайте да, а если 40 фунтов больше пуда, отвечайте нет», «Конечна ли Вселенная?». Если студент не знает ответа, ему предпочтительнее ответить «затрудняюсь», чем пытаться угадать ответ.

Обсуждение ответов проводится в непринужденной, эмоциональной обстановке. При викторинном контроле знаний центральным моментом является объяснение преподавателем (или компьютером) хода мыслей, приводящих к правильному ответу. Так, контроль сливается с обучением. Игровая форма используется как способ преодоления стандарта и формализма. Контроль знаний, как известно, можно провести с помощью специализированных ТСО («Сигнал», «КИСИ», ОП-1 и др.). В таблицу сведены характеристики разных способов (видов) контроля.

Некоторые характеристики нуждаются в комментариях. *5* — студенты могут быть в этот день утомлены, в комнате может быть душно, возникает необходимость упростить (усложнить) задачи в зависимости от конкретного уровня готовности студентов. 6 — любой тестовый контроль имеет по этому показателю преимущества перед неформальной беседой экзаменатора. *7* — под этой емкой словесной формулировкой понимают обычно участливость, внимание, заботу, индивидуальный подход к каждому человеку. *10* — увлекательность не обязательно связана с человеческим фактором, она может быть основана, в частности, и на азарте. *11* — это стратегическое свойство — знамение нашего времени.

Контролирующие программы, созданные на КПМ КХТИ, задают с помощью датчика случайных чисел 10 викторинных вопросов и подсчитывают результирующие очки по правилам викторинного метода. Но каждая такая программа наделена, как правило, некоторыми свойствами, имитирующими ее субъективный человеческий характер.

Первый вариант — тривиальный случай — программа «сухарь», педант, не признающий никаких эмоций. В комментариях не нуждается.

| № | Характеристика | I Викторинный метод | II Специализированные ТСО | III МикроЭВМ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Материальные затраты на оборудование | Нет | Минимальны | Существенны |
| 2 | Требования к помещению | Никаких | Зависят от типа ТСО | Необходимо специальное помещение |
| 3 | Безотказность | Высокая | Обычно высокая | Зависит от конкретных ЭВМ |
| 4 | Трудоемкость для преподавателя | » | Зависит от типа ТСО | Низкая после создания программ |
| 5 | Приспособляемость к изменяющимся условиям | » | Слабая, пониженная | Умеренная |
| 6 | Единство меры требовательности | Высокое | Достаточно высокое, зависит от ТСО | Очень высокое |
| 7 | Человеческий фактор | Может быть самым высоким | Существенно принижен | Принижен, но зависит от стиля программ |
| 8 | Обучающие функции контроля | Зависят от мастерства, опыта и стиля работы преподавателя | Пониженные или отсутствуют | Легко осуществимы |
| 9 | Воспитательная функция контроля | Может быть высокой, зависит от педагога | Незначительная | Ниже, чем в I, но могут быть выше, чем в II |
| 10 | Увлекательность | Зависит от педагога | Обычно невысокая | Относительно высокая |
| 11 | Выработка у обучаемых привычки общения с компьютером | Нет | Почти нет | Есть |

Второй вариант — собеседник, стремящийся дополнить строго официальную часть контроля неформальным, нестандартным, иной раз шутливым обращением к собеседнику. Эти две его функции никогда не смешиваются. «А смешивать два эти ремесла есть тьма искусников, я не из их числа» («Горе от ума»). Любому неформальному отступлению соответствует (обычно предшествует) сигнал, его признак, например, увеличенный абзац или значок □. Приведем примеры из контролирующей диалоговой программы по теме «интерполяция».

Любая квадратурная формула заменяет определенный интеграл суммой величин С (I) · У (I).

Вот и вся недолга! И вам так кажется?

Во втором интерполяционном полиноме Ньютона новая независимая переменная равна $(X - X(N)) / H$, где $H$ — шаг.

Гм, гм! Вроде бы так. А как вы думаете?

Трафаретный викторинный вопрос начинается со слов: «Верно ли, что...» Казалось бы, что трудно сколь-нибудь заметно разнообразить эту форму. Однако живой разговорный язык может дать до сотни аналогичных или близких по смыслу выражений. Отдельные вопросы из числа приводимых ниже имеют смысл, заметно отличающийся от стандартного. При этом возникает некоторая расплывчатость цели опроса, но она компенсируется игровым, эмоциональным настроем всей контролирующей беседы.

Вы солидарны с этим мнением? Подумайте и ответьте!
Жду вашего мнения. И что же, вы и с этим согласны?
Верно ли это утверждение? Разве это так? Разве это правда?
Верна ли эта мысль? И вы тоже так думаете? Что скажете?
Справедлива ли эта мысль? Вы подтверждаете это? Ну, как?
Вы думаете, что это верно? Вы тоже так думаете? Ну, что?
Соответствует ли действительности это утверждение? Рассудите!
Что вы думаете по этому поводу? Так ли это? Вот загадка!
Отвечайте! Ну, а какова ваша точка зрения? Ну, так что?
Вы согласны с этим? А что думаете вы? Ваше слово!
Мне так кажется, а вам? Ваше мнение на этот счет? Прошу!
Жду ваших суждений по этому поводу. Ну-с, вспоминайте!
Вспомните, что говорилось на лекциях. Соглашаетесь? «Прием».
Это истина или ложь? Неужели это правда? Правда ли это?
Что скажете по поводу этого утверждения? Согласитесь со мною?
С этим вы, может быть, согласны? И у вас такое убеждение?
Охватывает ли такое определение все возможные случаи? Разве?
Вы поддерживаете этот тезис? Что вы на это скажете? Вспоминайте!
И вы тоже так считаете? А ну-ка, призадумайтесь! Вроде бы так?
Все ли тут правильно сказано? Пришла пора держать ответ!
А вы мой единомышленник или нет? Нажимайте на «свою» кнопку!
Дайте ответ — «да» или «нет»? Неужели в самом деле?
Что вы скажете на это? С нетерпением жду ответа!

Разнообразие подобных ответов может быть существенно приумножено.

Третий вариант — собеседник, склонный к нестандартному, раскованному поведению. Содержание его вопросов носит не только прикладной, но даже житейский характер, а их стиль бывает иной раз непринужденно-шутливым. Вот примеры из контролирующей программы по двум вводным лекциям по основам теории вероятностей.

Можно ли методами теории вероятностей изучить вопрос о том, существует ли лох-несское чудовище в шотландском озере?

Каждый студент группы 13—13 попал в институт совершенно с л у ч а й н о и каждый из них весит более 90 кг. Можно ли сказать, что это — полная группа случайных событий? □□

В мешок, где прыгает клубок из ста ужей и двух гадюк, глупец засовывает руку. А вдруг он вытащит гадюку? Он думает, что вероятность такого исхода опыта равна 0,02. А может быть, глупец — мудрец? □

Если эту контролирующую программу испытывать на студенте, ничегошеньки не знающем, то он часто будет попадать «пальцем в небо» и почти столь же часто натыкаться на нужную клавишу?✳

В диалоговых тренирующих программах около 5 % приходится на «вставные номера» (обычно юмор) и еще около 25 % материала, несущего серьезную информацию, дается в неожиданной «нескучной» форме — в разговорном стиле, с использованием иронии, смелых житейских аналогий, аллегорий, каламбуров. Например, машина задает первокурснику вопрос: «Что такое АСУ, ППП, ПК, ЗУ» и сама же разъясняет значения этих аббревиатур. Затем появляется вопрос: «Что такое Я». Студенты в тупике. Взрыв оживления неизменно сопровождает появление на экране разъяснения: это местоимение первого лица единственного числа. Далее ЭВМ спрашивает собеседника, верит ли он, что она (именно она!) может рисовать? Затем на экране появляются четыре стихотворные строки, сопровождаемые простыми рисунками из символов дисплея.

В диалоге компьютера с абитуриентом 10 % составляют шутливые вопросы, например: «Станете ли Вы Большим Начальником, окончив вуз?», «Верно ли, что ученье — свет, а неученых — тьма?».

Создание положительного эмоционального фона пока полностью определяется искусством разработчика и его опытом массового обучения. Для индивидуализации общения с компьютером нужны специальные исследования [1]. В частности, перспективной представляется разработка концепции проблемной коммуникации на основе гомеостатической теории интеллекта [2, 3]. Вытекающие из нее типология и динамика интересов пользователей позволяют индивидуализировать эмоциональный контакт.

Создание эмоционального фона не допускает ремесленного тиражирования. Наряду с теоретической систематизацией оно требует от авторов эрудиции, выдумки, остроумия, чутья и вкуса. Неожиданность эмоционального поведения диалоговой программы — непременное условие ее психологического успеха.

**Список литературы:** 1. *Попов Э. В.* Общение с ЭВМ на естественном языке.— М., 1982.— 360 с. 2. *Богданов Н. И.* Проблемная коммуникация: гомеостатическая теория интеллекта // Пробл. бионики.— 1984.— Вып. 32.— С. 110—117. 3. *Богданов Н. И.* Информационно-гомеостатические условия приема задачников // Пробл. высш. шк.— 1984.— Вып. 53.— С. 82—88.

*Поступила в редколлегию 20.05.86*

УДК 62.506.2

*Б. В. ДЗЮНДЗЮК*, канд. техн. наук, *В. Я. ТЕРЗИЯН*, канд. техн. наук

## ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ОБУЧАЕМОГО ЕСТЕСТВЕННО-ЯЗЫКОВОГО ИНТЕРФЕЙСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БОРЬБЫ С ПРОФЕССИОНАЛЬНЫМИ ЗАБОЛЕВАНИЯМИ

Эффективность использования вычислительной техники для решения важнейших народнохозяйственных задач во многом определяется созданием естественно-языковых интерфейсов, обеспечивающих общение непрограммирующих профессионалов с ЭВМ на естественном языке. Методы и процедуры обработки информации, используемые в подобных интерфейсах, могут быть задействованы и для решения самих задач, которые обслуживаются данными интерфейсами.

В данной работе исследуется возможность применения естественно-языкового (ЕЯ) интерфейса для решения задач диагностики, профилактики и лечения профессиональных заболеваний. К настоящему времени накоплен определенный опыт по созданию на базе ЭВМ автоматизированных систем медицинской диагностики. Однако традиционные системы имеют ряд существенных недостатков, из которых выделим следующие.

1. Тестовые вопросы, посредством которых система опрашивает пациента, либо заранее оговариваются, либо программно встраиваются в систему. Информация в ответ на эти вопросы вводится в систему по строго определенному формату и обрабатывается по жесткой программе. Чтобы даже незначительно изменить или пополнить набор тестовых вопросов или изменить форму ответа, потребуются существенные изменения в программном обеспечении системы.

2. Специальные медицинские знания системы формируются заранее либо в форме процедурных знаний, либо на специализированных языках формирования знаний, недоступных непрограммирующим профессионалам. Отсутствует возможность декларативного обучения системы в процессе ее функционирования. То есть при изменении научных представлений о характере тех или иных заболеваний, о действии тех или иных лекарственных препаратов; при необходимости ввести знания о новых заболеваниях или препаратах; при переходе от одной области медицины к другой потребуется коренная перестройка программного обеспечения системы, выполняемая системными программистами. Этот недостаток является очень существенным, поскольку научные представления в области медицины меняются очень часто и заранее все учесть даже в узкой подобласти не представляется возможным.

3. Отсутствует возможность расширения функциональных возможностей системы по мере накопления ею опыта работы. Система не может синтезировать новые знания (формировать умозаключения и осуществлять вывод), не может подключать к работе те или иные свои процедуры по декларативному запросу.

4. Система не способна выработать рекомендации по устранению объективных причин, вызвавших то или иное заболевание.

Для создания эффективных систем медицинской диагностики необходимо устранить указанные недостатки. Это можно сделать на основе методов искусственного интеллекта, использования ЕЯ интерфейсов, принципов обучения, самообучения, независимости программного и информационного обеспечения системы.

Конечной целью данного исследования является создание диалоговой обучаемой ЕЯ системы диагностики, лечения и предупреждения профессиональных заболеваний (ДЕСТА — «Диагноз»). К основным функциональным возможностям системы предъявляются следующие требования.

1. Возможность обучения системы на естественном языке знаниям о заболеваниях, вредных воздействиях, средствах защиты, лекарственных препаратах, процедурах, алгоритмах расчета параметров защитных средств практически «с нуля» непрограммирующими профессионалами.

2. Установление диагноза путем целенаправленного оптимального тестирования пациента вопросами, синтезируемыми системой автоматически на основе ее знаний о заболеваниях.

3. Назначение оптимального набора процедур и лекарственных препаратов для лечения заболеваний на основе знаний о показаниях и противопоказаниях препаратов.

4. Выдача рекомендаций по оптимальному изменению условий работы на производстве с целью максимально уменьшить их вредное воздействие на человека на основе знаний системы о средствах защиты, вредных воздействиях, условиях работы на конкретном участке и т. п.

5. Предварительное планирование оптимального набора условий работы на производстве, предполагающих надежную защиту рабочих от вредных воздействий.

6. Возможность использования системы в любой области медицины на основе принципа независимости программного и информационного обеспечения системы, позволяющего переходить от одной предметной области к другой без изменения программного обеспечения с помощью процесса обучения.

7. Совершенствование функциональных возможностей системы по мере накопления ею опыта работы.

8. Извлечение при выдаче рекомендаций из базы знаний новых фактов, в явном виде в ней не содержащихся (формирование умозаключений и вывод).

9. Синтезирование по ЕЯ запросу последовательности программных модулей для решения задач расчета параметров средств защиты.

ЕЯ интерфейс, обеспечивающий функционирование данной системы, базируется на принципах, лежащих в основе создания диалоговой ЕЯ системы ДЕСТА [1]. Процессы интерпретации запросов, вывода, метавывода, формирования умозаключений, обеспечивающие решение задач, на которые ориентирована система, основываются на принципах и механизмах семантического анализа в системе ДЕСТА [2—5].

Рассмотрим принципы формирования, представления и хранения знаний системы ДЕСТА — «Диагноз».

**Собственно-лингвистические знания.** К декларативным собственно-лингвистическим знаниям системы относится морфолого-синтаксическая информация (МСИ) словоформ, составляющих словарный запас системы. Форма декларативного задания этих знаний следующая [6]:

⟨словоформа⟩ 1 ⟨местоимение⟩ 2 ⟨вопрос⟩ 3 ⟨предлог⟩

Например: магнитный2какой; магнитным2каким; магнитного2какого; магнитному2какому; машинный2какой; защитный2какой.

Собственно-лингвистические знания системы хранятся в ТВ-структуре [6]. ТВ-структура для рассмотренного примера приведена на рис. 1. Как видно из рисунка, организация структуры позволяет определить МСИ для словоформ «машинным», «машинного», «машинному», «защитным», «защитного», «защитному», которые не были занесены в ТВ-структуру.

**Знания системы о внешнем мире.** Этот традиционный для ЕЯ систем тип знаний в данной системе включает в себя знания о конкретных заболеваниях, о функциональном назначении и противопоказаниях тех или иных лекарственных препаратов, о вредных воздейст виях, о методах и средствах защиты от вредных воздействий. Эти зна ния задаются системе с помощью текстов на естественном языке, чтс могут сделать в процессе функционирования системы специалисть в области медицины и охраны труда без привлечения программистов.

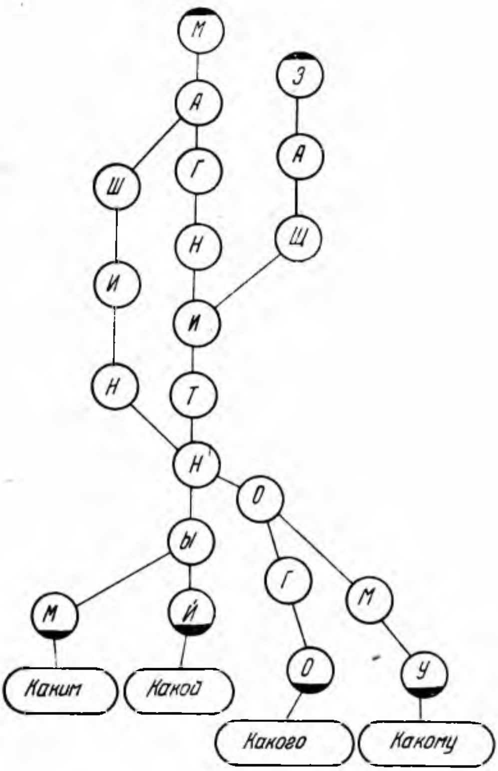



Рис. 1

Классифицироваться знания будут по заглавиям текстов, с помощью которых они были заданы системе. Заглавия тек стов определяют имена семан тико-прагматических отноше ний, посредством которых эт знания будут увязаны в еди ную семантическую сеть зна ний системы о внешнем мире Рассмотрим форму задания знаний о внешнем мире.

1. Знания о заболеваниях ТЕКСТ: **симптомы** ⟨наименовани заболевания⟩. ⟨наименование сим птома 1⟩. ⟨наименование симптс ма 2⟩. . . . ⟨наименование сим птома $N$⟩. $\ast END$. (ТЕКСТ – признак начала текста; $\ast END$ – признак конца текста).

2. Знания о назначении и прс тивопоказаниях лекарственны препаратов. ТЕКСТ: **назначение** ⟨наименование лекарственного препарата⟩. ⟨наименование заболевания или отдельного симптома 1, на подавление которого направлен данный препарат⟩. ⟨наименование заболевания или симптома 2⟩. ... ⟨наименование заболевания или симптома $N$⟩. $\ast END$. ТЕКСТ: **противопоказания** ⟨наименование лекарственного препарата⟩. ⟨наименование заболевания или симптома 1, на фоне которого противопоказано использование данного препарата⟩ . ⟨наименование заболевания или симптома 2⟩. ... ⟨наименование заболевания или симптом $N$⟩. $\ast END$.

3. Знания о вредных воздействиях. ТЕКСТ: **результат** ⟨наименование вредного воздействия⟩. ⟨наименование заболевания или симптома 1, порождаемого данным воздействием⟩. ⟨наименование заболевания или симптома 2⟩. ...⟨наименование заболевания или симптома $N$⟩. $\ast END$. ТЕКСТ: **условие** ⟨наименование вредного воздействия⟩. ⟨наименование условия 1, приводящего к возникновению данного воздействия⟩. ⟨наименование условия 2⟩. ... ⟨наименование условия $N$⟩. $\ast END$.

4. Знания о средствах защиты от вредных воздействий. ТЕКСТ: **назначение** ⟨наименование средства защиты⟩. ⟨наименование вредного воздействия 1, для борьбы с которым используется данное средство защиты⟩. ⟨наименование вредного воздействия 2⟩. ...⟨наименование вредного воздействия $N$⟩. $\ast END$.

Рассмотрим форму представления знаний системы о внешнем мире. Знания о внешнем мире преобразуются в форму $R$-представлений

[1], основу которых составляют синтактико-семантические отношения (ССО) и семантико-прагматические отношения (СПО).

Формат ССО: $M$: В, А, С (НЕ, $T_l$, $D_l^1$, $D_l^2$, $E_l^1$, $E_l^2$, $X_l$, $K_l$) = (НЕ, $T_r$, $D_r^1$, $D_r^2$, $E_r^1$, $E_r^2$, $X_r$, $K_r$), где В, А и С — это МСИ терминальной словоформы $T_r$; В — имя ССО, представленное вопросительным словом; А — местоимение; С — предлог; НЕ — частица; Т — нормализованный вид словоформы; $D^1$, $D^2$ — соответственно первая и вторая приставки словоформы; $E^1$, $E^2$ — соответственно первый и второй суффиксы словоформы; Х — предметная переменная; К — квантор; $M$ — метка ССО. Индексы $l$ и $r$ обозначают соответственно элементы левой и правой частей ССО.

Формат СПО: $MC$: $L\,(H^l) = (\underset{i}{\mathrm{and}} H_l^i)$, где $MC$ — метка СПО; $L$ — имя СПО; Н — естественно-языковая конструкция (ЕЯК) (ССО, словосочетание, факт, ситуация, текст).

Рассмотрим пример $R$-представления для простейшего текста, который вводится в систему в следующей последовательности:

ТЕКСТ: симптомы ангины. Боль в горле. Повышенная температура. Нагноение миндалин. Затруднена речь. *$\ast END$.*

Используя правила, изложенные в [1, 2], получаем следующее $R$-представление для данного текста: $MH1$: **что**, она = (ангина); $MH2$: **что**, она = (боль); $M1$: **где**, в, оно (боль) = (горло); $MH3$: **что**, она = (температура); $M2$: **какая** (температура) = (высокий, по); $MH4$: что, **оно** = (нагноение); $M3$: **чего**, они (нагноение) = (миндалина); $MH5$: **что**, она = (речь); $M4$: **какая** (речь) = (трудный, за); $MФH1$: ($MH2$, $M1$); $MФH2$: ($MH3$, $M2$); $MФH3$: ($MH4$, $M3$); $MФH4$: ($MH5$, $M4$); $MC1$: **симптом** ($MH1$) = ($MФH1$); $MC2$: **симптом** ($MH1$) = ($MФH2$); $MC3$: **симптом** ($MH1$) = ($MФH3$); $MC4$: **симптом** ($MH1$) = ($MФH4$). Приведенное $R$-представление система формирует автоматически. Здесь $MH$ — метка неполного ССО; $MФH$ — метка словосочетания (неполного факта).

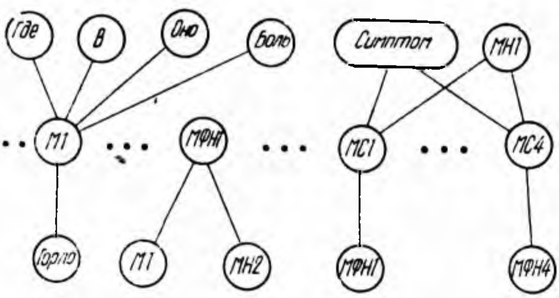



Рис. 2

Знания в форме $R$-представлений хранятся в С-структуре [1]. С-структура для рассмотренного примера приведена на рис. 2.

**Семантические знания системы.** К ним относятся знания о взаимосвязи предметов и явлений внешнего мира, представимые в форме СПО: «синоним», «элемент класса», «часть целого», «противоположно» и др. С помощью данных СПО осуществляется вывод в процессе интерпретации входных запросов в терминах базы знаний системы. Задаются эти знания с помощью ЕЯК. Например: «Вибрационная болезнь — элемент класса профессиональные заболевания». Семантические знания система переводит в форму $R$-представлений и хранит в С-структуре.

**Знания системы о прикладных процедурах.** Система ДЕСТА [1] позволяет декларативно описывать знания о конкретных процедурах, входящих в программное обеспечение системы, с целью последующего подключения их по запросу на естественном языке. Рассмотрим пример декларативного описания процедуры с помощью следующего текста.

ТЕКСТ: программа *ELMDPR* (*D*, *DVL*, *E*, *TG*). *Z* Назначение. Найти глубину проникновения электромагнитного излучения в биологическую ткань. *Z* Входные параметры. *DVL* — длина волны электромагнитного излучения в вакууме. *E* — диэлектрическая проницаемость биологической ткани. *TG* — тангенс угла потерь в биологической ткани. *Z* Выходные параметры. *D* — глубина проникновения электромагнитного излучения в биологическую ткань. **END*.

На данном примере рассмотрим фрагмент диалога с системой. В процессе диалога система по ЕЯ запросу пользователя (при необходимости преобразуя запрос с помощью процедур вывода) находит в базе знаний требуемый программный модуль, а затем, используя ЕЯ описание данного модуля, запрашивает необходимые для его подключения параметры. Когда все параметры определены, система подключает к работе требуемый программный модуль и выдает результаты, указанные в списке выходных параметров в ЕЯ описании. Рассмотрим диалог.

ПЛЗ: Вычислите глубину проникновения в ткань организма излучения от электромагнитного источника.
ДЕСТА: Вам необходимо найти глубину проникновения электромагнитного излучения в биологическую ткань?
ПЛЗ: Да.
ДЕСТА: При задании исходных величин пользуйтесь единой системой единиц, не указывая размерность.
ДЕСТА: Вы знаете длину волны электромагнитного излучения в вакууме?
ПЛЗ: Да.
ДЕСТА: Задайте значение этой величины.
5.671E—26 (это и последующие числа взяты произвольно).
ДЕСТА: Вы знаете диэлектрическую проницаемость биологической ткани?
ПЛЗ: Да.
ДЕСТА: Задайте значение этой величины.
2.1401
ДЕСТА: Вы знаете тангенс угла потерь в биологической ткани?
ПЛЗ: Да.
ДЕСТА: Задайте значение этой величины.
0.097.
ДЕСТА: Вам выдать на печать значение глубины проникновения электромагнитного излучения в биологическую ткань?
ПЛЗ: Да.
ДЕСТА: Печатать на дисплей (консоль)?
ПЛЗ: Да.
9.6421635E—3
ДЕСТА: Вам необходимо найти глубину проникновения электромагнитного излучения в биологическую ткань?
ПЛЗ: Нет.
(конец диалога).

Если пользователь не может задать значение какого-либо из запрашиваемых параметров, например, тангенс угла потерь, то система формирует запрос сама для себя: «Вычислите тангенс угла потерь в биологической ткани». Теперь система решает ту же задачу отыскания необходимого программного модуля, но уже для нового параметра, и действует так до тех пор, пока пользователь не сможет определить все входные данные, после чего система в обратном порядке возвращается к вычислению всех промежуточных переменных до нахождения ответа на исходный запрос. Таким образом, по ЕЯ запросу может быть синтезирована программа, состоящая из последовательного подключения программных модулей, решающая поставленную задачу в процессе диалога с непрограммирующим пользователем. Знания системы, хранимые в С-структуре, нагляднее представлять в форме семантико-прагматического графа (СПГ), вершины кото-

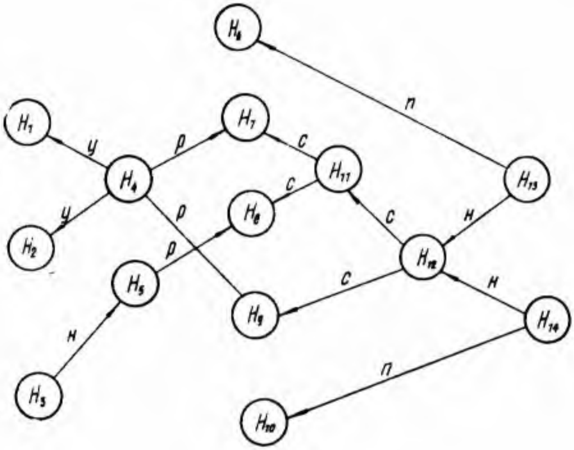



Рис. 3

рого — это метки ЕЯК (ССО, словосочетаний, фактов, ситуаций, текстов и т. д.), а ребра — это СПО, связывающие соответствующие ЕЯК. По метке ЕЯК, используя ее *R*-представление, всегда можно синтезировать поверхностную структуру ЕЯК и наоборот. Пример СПГ базы знаний системы ДЕСТА — «Диагноз» приведен на рис. 3. Здесь у означает СПО **условие**; р — **результат**; н — **назначение**; с — **симптом**; п — **противопоказание**; Н — ЕЯК.

На основе приведенного примера покажем некоторые режимы работы системы. Тестирование пациента с целью установления диагноза происходит следующим образом. Система сначала синтезирует в вопросительной форме первую попавшуюся ЕЯК, соответствующую одному из конечных элементов в цепочке симптомов СПГ (например, Н6). Пусть на этот вопрос пациент ответил отрицательно, на следующий вопрос (Н7) утвердительно. Теперь система следующие вопросы задает целенаправленно. В СПГ базы знаний возбуждение передается от элемента Н7 к элементу Н11, и значит, далее система задает вопросы, соответствующие остальным симптомам, входящим в Н11 (а именно — Н8). Пусть и на этот вопрос пациент ответил утвердительно. Теперь элемент Н11 возбуждается полностью и от него возбуждение передается элементу Н12. Это означает, что следующим будет задан вопрос Н9. Пусть и на этот вопрос пациент ответил утвердительно. Теперь элемент Н12 возбуждается полностью, т. е. диагноз поставлен (наименование заболевания можно синтезировать из ЕЯК Н12). Теперь по СПГ системы можно определить, какие лекарственные препараты необходимо назначить для лечения данного заболевания (им соответствуют ЕЯК Н13 и Н14). При этом возбуждаются элементы Н6 и Н10, соответствующие противопоказаниям к данным лекарственным препаратам. На вопрос Н6 пациент уже отвечал отрицательно, следовательно, лекарственный препарат Н13 подходит. Для определения пригодности лекарственного препарата Н14 система задает пациенту вопрос Н10. Пусть пользователь (пациент) ответит утвердительно. Это говорит о непригодности препарата Н14, следовательно, в данном конкретном случае может быть использован только препарат Н13. Параллельно с процессами диагностики и лечения процедуры работы с СПГ устанавливают наличие вредных воздействий на производстве, которые могли привести к возникновению данного заболевания, а также рекомендуют средства защиты от них. Для данного примера можно установить, что симптомы Н7 и Н9 рассматриваемого заболевания возникают в результате вредного воздействия Н4, а симптом Н8 — в результате воздействия Н5. Из СПГ можно установить, что воздействие Н5 может быть ослаблено при использовании защитного средства Н3. Также система устанавливает причины возникновения воздействия Н4, а именно условия Н1 и Н2. В результате система выдает рекомендации по использованию средства защиты Н3 и изменению условий Н1 и Н2 работы на производстве, которые дадут возможность сократить случаи заболевания болезнью Н12.

Таким образом, рассмотренные задачи сводятся к задачам распространения возбуждений в цепочках СПГ. Данный подход не настроен на работу с каким-либо конкретным набором отношений (его можно корректировать или полностью изменять), а значит, может быть использован в различных областях, где имеет место диалог человека и искусственной системы.

**Список литературы**: 1. *Ловицкий В. А.* Обучаемая диалоговая естественно-языковая система. Техн. кибернетика // Изв. АН СССР.— 1983.— Вып. 5.—С. 114—127. 2. *Терзиян В. Я.* Принципы организации анализа естественно-языковых высказываний в системах общения пользователей с ЭВМ. Сообщ. 1 // Пробл. бионики.— 1985.— Вып. 34.— С. 47—51. 3. *Терзиян В. Я.* Принципы организации анализа естественно-языковых высказываний в системах общения пользователей с ЭВМ. Сообщ. 2 // Пробл. бионики.— 1985.— Вып. 35.— С. 17—24. 4. *Головина Е. А., Терзиян В. Я.* Экспресс-анализ естественно-языковых высказываний // Интерактивные системы: Материалы пятой шк.-семинара.— Тбилиси, 1983.— С. 385—388. 5. *Головина Е. А.* Принципы проверки семантической правильности естественно-языковых высказываний // Пробл. бионики.— 1984.— Вып. 32.— С. 64—72. 6. *Ловицкий В. А.* Структурный подход к решению морфологических задач // Пробл. бионики.— 1980.— Вып. 25.— С. 39—43.

*Поступила в редколлегию 17.01.87*

УДК 612.82.014.42.001.57

*Г. А. КОЛОТЕНКО*, канд. техн. наук, *Т. И. АХМЕДОВ*, канд. мед. наук

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОМИНАНТНЫХ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СВЯЗЕЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПО ЗАКОНУ ЭРЛАНГА

При автоматическом оперативном контроле множества параметров применяемом в гибкоизменяемом производстве, в сложную иерархическую систему обработки сигналов включена сеть модульных программных микроавтоматов и кибернетических систем. Использование мультипараметрических бионических и робототехнических устройств на БИС и СБИС позволит снизить металлоемкость, повысить точность измерений, быстродействие микропрограммного анализа, увеличить функциональные возможности средств реализации. Создание бионических и робототехнических устройств и систем оперативного контроля нового поколения с применением микропроцессорных элементов должно основываться на гибком, пластичном автокоде внешней среды (ВС). В этом случае отпадает необходимость в громоздком математическом обеспечении, технически обеспечивается эффективное преобразование емких массивов информации, оптимизируется процедура анализа и кибернетической оценки инвариантных дискретных сигналов, логически селектируемых из многоканальных случайных нестационарных и неэргодических процессов в реальном масштабе времени. Выделенные коды сигналов вариабельных структур ВС разных форм автоматически уплотняются, упорядочиваются по вариационным рядам, классифицируются согласно функциональным различимым состояниям. Полученные символьные сигналы ВС представляют собой пространственно-временные организации комбинаторных признаков асинхронных и синхронных потенциалов (КПАСП). КПАСП, стремящиеся к достоверности, образуют пространства существенных признаков, позволяют различать функциональные состояния и, по сути, являются фазовыми портретами.

Таким образом, сигналы разной степени интенсивности, распределенные в пространстве и времени, интенсифицируются, отображаются и оцениваются количественно. Одна из форм ВС — многоканальные электроэнцефалосигналы, графическая запись которых представляет ЭЭГ. Цель данной работы — построение модели КПАСП по закону Эрланга.

Так как разработка мультипараметрических роботов (МПР) может быть основана на принципе пространственно-временных организаций КПАСП, согласованное пластическое изменение поведенческих актов МПР производится инвариантно-синхронизированно как целостной системы с локальным информационным и управляющим бионическим быстроперестраиваемым обеспечением. Существенное отличие бионического автокода КПАСП состоит в том, что в момент $t_2$ он вбирает, «запечатлевает» информацию во всем взаимообусловленном разнообразии систем связей головного мозга момента $t_1$. Аналогично в момент $t_i$ множества КПАСП в целом и единичном существуют в новом качестве, не переставая быть тем, чем были в момент $t_{i-1}$. Поэтому на разных этапах развития систем КПАСП, несмотря на одно и то же функциональное состояние, имеется новая информационная емкость бионического автокода.

Следовательно, идентифицируется и отображается один из способов интегративного существования множества иерархических подсистем пространственно-временных организаций сигналов разных форм биологического средства. Такой способ самоорганизуется в самообновляющемся накоплении информации, при «исчезновении» одних систем связей головного мозга он несет вновь возникшим то, что было раньше, с добавлением нового Свойства и характеристики бионического интеллекта робота (БИР), построенного по принципу пространственно-временных организаций КПАСП, определяются функциональным назначением МПР, удельными нагрузками, коэффициентом полезного действия. Обеспечение структурной миниатюризации МПР, функционирующего по автокоду КПАСП, связано с исключением или уменьшением активных и реактивных элементов, с оптимизацией условий теплообмена микроэлектронных бионических и робототехнических схем. Это особенно важно, так как создание топологически сложных микросборок с бескорпусными диодами, транзисторами и полупроводниковыми микросхемами малой степени интеграции требует больших затрат ручного труда и не обеспечивает необходимых методических возможностей. Конструктивно МПР по автокоду КПАСП выполнены в виде плат, микросборок, представляющих собой часть функционального узла информационного или управляющего блоков (субблоков), законченных функциональных узлов. Субблоки могут включать БИС и СБИС, компоновка которых производится от контакта к контакту или через многослойную печатную плату.

В процессе автоматической оценки рабочей области ВС в МПР используется «эффект присутствия» в виде КПАСП. МПР включают в себя массивы бионического автокода КПАСП и дополняются функциями динамических поведенческих актов, которых лишены, например, автоматизированные координатно-измерительные машины. Согласование исполнительных систем с подсистемами принятия решений и системами управления БИР позволяет производить быстродействующий оперативный контроль, техническое диагностирование, поиск дефектов и неисправностей рабочей области ВС. Поведенческие акты МПР изменяются согласно микропрограммному решению, основанному на системном синтезированном коде. Код включает в себя сигналы отклонения от нормы, поступившие в информационные блоки, и сигналы управления «эффектов присутствия» в форме репрезентативных алгоритмов (РА) КПАСП головного мозга операторов. Записанные в процессе интеллектуальной целенаправленной деятельности РА, а также КПАСП других форм не только биоэлектрической активности, но и других видов сигналов характеризуют целенаправленную различимую деятельность операторов, т. е. сигналов, распределенных в пространстве и времени, имеющих вероятностную направленность биологического системного средства. С кибернетической точки зрения им выступает оператор, с которого моделируются поведенческие акты МПР. Полученная система бионических кодов КПАСП в синтезе сигналов контроля может служить сигналами верхнего уровня управления МПР.

Бионический автокод КПАСП головного мозга, с одной стороны, стремится к преобразованию и разнообразию в пространстве и времени, с другой — сохраняет устойчивость связей, приближаясь к существенному моменту. Ускорение и замедление одних подсистем КПАСП происходит за счет других вследствие целостного функционирования головного мозга. Единство противоречий систем КПАСП в целом и единичном преобразуется в пространстве и времени из одного момента в другой. Очевидно, в первом приближении закон распределения исследуемых систем КПАСП в процессе развития при переходе из одного момента в другой может представить композицию законов, т. е. моделироваться законом Эрланга $(l-1)$-го порядка:

$$f_{(1)}^{(z)}(t_1) = \frac{\lambda(\lambda t_1)^{l-1}}{(l-1)!} \cdot l^{-\lambda t_1}(t_1) > 0$$

при нахождении системы КПАСП мозга в моменты $T_1^{(z)}$, $T_2^{(z)}$, ... при условии, что $x(0) = 0$ — начало траектории развития систем.

Распределение данных систем $T_1^{(y)}$ осуществляется по закону Эрланга $[(n-l)2+1]$-го порядка:

$$f_1^{(y)}(t_1) = \frac{\lambda(\lambda t_1)^{[(n-l)2+1]}}{[(n-l)2+1]!} e^{-lt_1}.$$

Чередование КПАСП головного мозга случайно нестационарно, неэргодично и неоднородно. Поэтому $T_1^y$ зависит от начального момента, т. е. того момента, от которого ведется отсчет этих КПАСП. Допустим, время выбрано в элементарном интервале $(t_1^{(z)}, t_1^{(z)} + d\bar{t}^{1(z)})$. Путем интегрирования дифференциальных уравнений модель множества КПАСП головного мозга можно описать формулой с начальными условиями $P_j^{-(y)}(t_1^{(z)})$:

$$P_j^{-(y)}(t_1^{(z)}) = P_{j_1}^{(z)}(t_1^{(z)}) \bigg/ \sum_{n=l}^{m} P_{n_1}^{(z)}(t_1^{(z)}),$$

где $(j = \overrightarrow{l}, m)$.

Интегрирование происходит на участке времени $\bar{t}_1^{(y)} > \bar{t}_1^{(z)}$ и приводит к условной функции распределения во времени первоначального пребывания системы КПАСП как подсистемы $y$:

$$F_1^{(y)}(t_1^{(y)}/t_1^{(z)}) = \sum_{i=k}^{l-1} P_{i_1}^{(y)}(t_1^{(y)}/t_1^{(z)}).$$

Здесь $P_{i_1}^{(y)}(t_1^{(y)}/t_1^{(z)})$ — условная вероятность того, что в момент времени $t_1^{(y)} > t_1^{(z)}$ подсистема КПАСП мозга попадает в состояние $x_1 \in y_\beta = \{x_k, \ldots, x_{l-1}\}$ при сохранении изначальных условий, показывающих, что процесс перехода из одного состояния в другое начался в $t_1^{(z)} < t_1^{(y)}$.

Непрерывность в данном случае заключается в устойчивости отрицания отрицания предыдущих КПАСП и утверждении новых. Прерывность дискретность систем КПАСП мозга состоит в сохранении устойчивой неустойчивости, в экстремальности разрешающихся моментов, возникающих при переходе из одной системы взаимосвязей головного мозга к другой, в утверждении того, что было существенно важно в предыдущих системах при добавлении и утрате новых межцентральных отношений. В этом смысле утверждение утверждения и отрицание отрицания приводят противополярные связи к сложной вариабельности единства противоположностей, когда подсистемы прямых и обратных синхронных и асинхронных связей головного мозга, выраженные структурой пространственно-временных организаций КПАСП, утверждают, формируют и укрепляют новую систему. Зарождающиеся же подсистемы положительных прямых и обратных связей в динамике перехода от синхронизма к асинхронизму ее отрицают. Свойства, отрицаемые в одних подсистемах КПАСП мозга, могут утверждаться в других. Утверждение положительного с удержанием отрицательного сохраняет единство противоположностей разнополярных систем КПАСП мозга, обеспечивая динамику их развития.

В теории биологической и медицинской кибернетики случайность разнообразия множества иерархических систем и подсистем КПАСП мозга важна при анализе переходных процессов от синхронизма к асинхронизму и обратно, удельная емкость которых значительно больше, чем каждого феномена в отдельности. Вероятность КПАСП представляет меру случайности. Вероятность — это случайность вариабельных дискретных событий, распределенных в плоскости измерений головного мозга, стремящихся к достоверности действительности. Случайность — неожиданная необходимость систем КПАСП мозга. Вероятность проявления множества иерархических систем КПАСП определяется в условиях однонаправленности, когда возможно различение функциональных состояний.

Изложенное подтверждается моделями доминантных КПАСП головного мозга, полученными в результате кибернетического анализа ЭЭГ 40 испытуемых и операторов АСУ — практически здоровых лиц обоего пола в возрасте 18—35 лет. Регистрация биполярная, по международной системе. Автоматический анализ проведен при помощи устройства, подключенного к выходу 10-канального электроэнцефалографа французской фирмы «Алвар». Уровень анализа равен 5 мкВ, ЭЭГ выборка — 10 с, фотостимуляция (ФС) — 8 Гц, интенсивность— 1 Дж, расстояние от глаз — 10—20 см. Кроме того, приведены КПАСП, полученные при обработке ЭЭГ в период аутосуггестии покоя. Акцентируется внимание на КПАСП диффузных структур.

С ростом структуры вес КПАСП мозга уменьшается. Выбросы веса математического ожидания $\mu$ КПАСП при различных функциональных состояниях меняются. Так, вес комбинаторных несовмещенных синхронных потенциалов (КНСП) фоновой ЭГГ $\mu_ф = 3$ бит, в 3 раза больше, чем при аутосуггестии покоя ($\mu_п = 1$ бит), а при ФС — $\mu_{фс} = 6$ бит. КНСП $O_d - P_d - T_s - O_s$, как видно, при различимых функциональных состояниях меняется. С увеличением $\mu$ возрастает среднеквадратическое отклонение $\sigma$. Коэффициент вариации доминантных КНСП четырехкомпонентных структур не превышает 200 бит.

Поскольку $\mu$ определяет среднюю плотность доминантных КНСП, расположенных в вероятном интервале признаков вариационных рядов, то сравнение веса ($W$), например $H^4_{44}$ и $H^4_{59}$, позволяет заключить следующее: степень интенсивности КПАСП, характеризуемая весом (частотой или частостью), может не только различаться, но и оказываться неопределенной и разнонаправленной. Так, для КНСП $T_d$ — — $O_d$ — $T_s$ — $P_s$ ($H^1_{44}$) $\sigma_{ср} = 5{,}19$ бит, $\mu_ф = \mu_{фс} = 4{,}24$ бит.

Моделирование КПАСП пуассоновским потоком как потоком с равномерным проявлением может рассматриваться в идеальном случае, когда ЭЭГ является квазистационарной. Временные интервалы между частостями КНСП — случайны, нестационарны и неравномерны. Причем неравномерность меняется, сохраняя общую направленность при различных функциональных состояниях. Так, при ФС КНСП $T_d$ — $T_s$ — $o_s$ — $P_s$ ($H^4_{55}$), $o_d$ — $T_s$ — $o_s$ — $P_s$ ($H^4_{65}$) проявляются почти одинаково: $H^4_{55}$ $\sigma_{фр} = 45$ бит и $H^4_{65}$ $\sigma_{фс} = 2{,}39$ бит. Значительные отличия наблюдаются по коэффициенту вариации $H^4_{55}$ $V_n = 222$ бит, $V_ф = 173$ бит, $K_c = V_п/V_{фс} = 2{,}23$ бит, для $H^4_{65}$ $V_ф \simeq V_n = 80$ бит, $K_c = V_ф/V_{фс} = V_п/V_{фс} = 0{,}7$. Относительная ошибка $H^1_{65}$ $m_{фс} = 1{,}36$ бит, что несколько больше $m_{фс} = 1{,}8$ бит $H^4_{59}$. В период аутосуггестии покоя расхождение $\sigma$ КНСП $F_d$ — $T_d$ — $O_d$ — $O_s$ ($H^4_4$) и $T_d$ — $O_d$ — $P_d$ — —$O_s$ ($H^4_5$) в 1,5 — 2 раза больше, чем в периоды фона и фотостимуляции $H^4_1$ $\sigma_h = 3{,}86$ бит, $H^4_{38}$ $\sigma_n = 3{,}87$ бит.

Деформация и депрессия доминантных КНСП углубляется и расширяется при переходе от 4-компонентных (тетрадных) структур к 5-компонентным (октавным) структурам. Вместе с разворачиванием вариационных структур уменьшается вес $\mu$ КНСП. Это происходит при переходе к 5-му иерархическому рангу вариационных рядов, с помощью которых производится классификация КНСП. Вес КНСП этого ряда, как правило, не превышает одного бита по сравнению с предыдущим. В одних случаях цепь признаков вариационного ряда $C^5_4$ разрывается, снижается вес КНСП октавных структур до нуля, например $H^5_4$, $H^5_{23}$, $H^5_{33}$, $H^{55}_{47}$, в других — возрастает на один-два бита. Это наблюдается для $H^5_{89}$, $H^5_{12}$, $H^5_{45}$. Но имеются случаи, когда КНСП, в частности $O_d$ — $P_d$ — $T_s$— $O_s$ — $P_s$ ($H^5_{54}$), различается при аутосуггестии покоя ($\mu_n = 1$ бит), в период ЭЭГ фона и ФС $\mu_ф = \mu_{фс} = 5$ бит. Для $H^5_{54}$ характерно $\sigma_ф = 11{,}62$ бит, $\sigma_{фс} = 2{,}57$ бит. Отличие веса КНСП фона и ФС — 4,52. Вес коэффициента вариации КНСП сосредоточивается около 100 бит, но часто достигает 200 бит. Для $H^5_{54}$ $V_ф = 232$ бит, $V_n = 141$ бит, поэтому коэффициент сравнения $K_c = V_ф/V_n = 1{,}65$, $K_c = V_ф/V_{фс} = 1{,}8$. Относительные ошибки по сравнению с КНСП тетрадных структур имеют тенденцию к понижению веса и, как правило, равны 0,3.

Доказательством малоинтенсивности КНСП диффузных структур являются весовые пространственно-временные характеристики, упорядоченные вариационным рядом $C_8^6$.

Вес КНСП — 6-компонентных структур по данным математических ожиданий не превышает одного бита. Максимальный вес КНСП $O_d — P_d — F_s — T_s — O_s — P_s$ ($H_{28}^6$): $\mu_ф = 3$ бит, $\sigma_ф = 5{,}83$ бит, что в 3,2 раза больше, чем при ФС $\sigma_{фс} = 1{,}82$ бит.

Лабильность КНСП $T_d — O_d — P_d — T_s — O_s$ ($H_{25}^6$) определяется следующими параметрами: $\sigma_{фон} = 1{,}73$ бит, $\sigma_{фс} = 3{,}19$ бит, что в 1,73 раза больше КНСП фона, т. е. тех, которые получены в период аутосуггестии покоя. Коэффициент вариации КНСП $H_{25}^6$, $H_{28}^6$ — не более 200 бит, остальных — не больше 140. Вес относительных ошибок 0,3—0,4. Для $H_{25}^6$ $m_{фс} = 0{,}9$ бит. Это в три раза больше, чем при аутосуггестии покоя. Система $H_{28}^6$ имеет $m_ф = 1{,}68$ бит, $m_{фс} = 0{,}51$ бит, $m_п = 0{,}3$ бит. Отсюда следует, что при формировании доминанты КПАСП аутосуггестии покоя снижается лабильность церебральных систем. Об этом свидетельствует трансформация диффузных структур пространственно-временных архитектоник потенциалов головного мозга. Остаются малочисленные коммутационные центры, раскрывающие интимные механизмы биоэлектрических явлений головного мозга. Основная масса инертных КНСП диффузных структур имеет вес, равный $\mu_{ср} = \sigma_{ср} = 1$ бит, и является благоприятным фоном для создания достаточно устойчивых вероятностных межцентральных отношений между регистрируемыми зонами мозга. Повторение пространственно-временных организаций КПАСП подтверждает вероятность проявления аналогичных структур, создает неустойчивую относительную стабильность направленного развития функционального состояния, предполагает относительную квазиоднородность «соматического базиса».

Дальнейший рост структур КПАСП идентифицирует гиперсинхронизацию или, как принято в нормальной физиологии, генерализованную синхронизацию ЭЭГ волн. Равенство веса КНСП 7-компонентных структур не означает равномерного снижения веса, характеризующего однородность связей.

Таким образом, полученные КНСП не сводятся к сложным структурограммам. Рассматривается иерархическая система КПАСП. Под ней понимается множество степеней свободы, синтезированных, проявляющихся интегрально, кооперативно, так, что при изменении одной степени свободы система КПАСП головного мозга меняется в целом. На элементном уровне степени свободы — это позиционные компоненты структур пространственно-временных организаций потенциалов, наделенные весом и вариабельностью в пространстве и времени. Структуры КНСП раскрывают архитектуру совокупности пространственно-временных отношений церебральных систем. Вес — мера проявления структуры КПАСП. Вариабельность раскрывает разнообразие пространственно-временных характеристик синхронных и асинхронных случайных событий головного мозга, на основе которых строится бионический автокод КПАСП как частная форма ВС. Изменение любого из этих параметров меняет одну из степеней свободы и совокупность системы в целом.

Обозначим через $\vec{r} = \{\vec{r}_{1,1}, \ldots, \vec{r}_{1,n}\}$ возможность реализации КПАСП, вероятная составляющая которой $r_{1,i}$ $(i = 1, \overrightarrow{n})$, в свою очередь, представляет векторную величину, характеризующую возможность технической реализации $i$-й подсистемы КПАСП. Аналогично этому $\vec{r}_2 = (\vec{r}_{2,1}, \ldots, \vec{r}_{2,n}\}$ — возможность системы КПАСП, составляющие которой $\vec{r}_{2,i}$ $(i = \overrightarrow{2, n})$ показывают возможности реализации $i$-й подсистемы КПАСП второго ранга. Наконец, $\vec{r}_n = \{\vec{r}_{n,1}, \ldots, \vec{r}_{n,n}\}$ — возможность системы КПАСП, составляющие которой отражают вектор возможности технической реализации $i$-й подсистемы КПАСП вариационного ряда $n$-го иерархического ранга. Следовательно, системы КПАСП описываются векторными величинами и их технической реализацией:

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \{\vec{r}_{1,1}, \ldots, \vec{r}_{1,i}, \ldots, \vec{r}_{1,n}\},\\
\vec{r}_2 &= \{\vec{r}_{2,1}, \ldots, \vec{r}_{2,i}, \ldots, \vec{r}_{2,n}\},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\vec{r}_n &= \{\vec{r}_{n,1}, \ldots, \vec{r}_{n,i}, \ldots, \vec{r}_{n,n}\}.
\end{aligned}$$

Нестандартность бионической приведенной терминологии, связанная с развитием робототехнических систем оперативного контроля, локальных информационных и управляющих многопараметрических устройств, на первый взгляд, усложняет понимание приведенного материала. Но, поскольку предпринята попытка раскрыть совершенно новые явления с целью применения их в технических средствах, без этих понятий и выводов невозможны высокая надежность бионических и роботокибернетических систем новых поколений, точная проверка соответствия параметров контроля нормам, установленным ГОСТ. Согласно ГОСТ 16504—81 формирование КПАСП разных форм и сравнение весовых параметров с требованиями нормы, а также принятие решения по сигналам расхождения соизмеримо с накоплением массивов информации и контроля. Активность оперативного контроля интенсифицируется и разнообразится за счет реализации объемов КПАСП локальными устройствами высокого класса, в качестве которых выступают МПР. Обеспечение оперативного контроля с помощью МПР связано с процессом определения вида функционального состояния исследуемой системы сигналов. Для выполнения работ в реальных разнообразных условиях необходимо накопить массивы информации, классифицировать виды состояний, согласно признаковому существенному пространству КПАСП обучить МПР различению состояний по критерию существенности управляющих сигналов, согласно актам поведенческих изменений МПР. Так как оперативный контроль находится в партитивной связи с диагностированием, позволяющим выявить место, вид и причины отклонений от нормы, то функции МПР расширяются. В методическом понимании техническое диагностирование МПР строится на основных стадиях получения массивов информации в форме КПАСП, их автоматической и микропрограммной многостадийной обработки, установлении значений пространственно-временных параметров КПАСП, их динамической трансформации, классификации различимых состояний. МПР не только контролируют техническое состояние исследуемой системы, но и принимают решение в реальном масштабе времени, управляют по выявленным различиям сигналов, которые могут быть случайными, нестационарными и неэргодическими.

Определение несоответствия в функциональных состояниях с помощью МПР отличает оперативный контроль от параметрического традиционного контроля. Производится не только измерение значений, например электрических параметров по их частости за период выборки, но учитывается правильность выполнения функций, проводится апробация в процессе тестового автоматического анализа с поиском отклонений от нормы, вырабатываются решения по их оптимальному устранению дефектов, отрабатываются и согласуются сигналы управления с манипуляторной исполнительной подсистемой МПР. Как вариант реализации в процессе функционирования МПР выполняет технологические операции в соответствии с результатами контрольных измерений, представляющих автокод КПАСП в сочетании с целевыми согласованными действиями, построенными на основе целеполагающих функций. Данный тип МПР требует специального математического обеспечения. В дальнейшем модель модифицируется. При этом математическое обеспечение заменяется микропрограммным бионическим аппаратом вплоть до применения элементов бионической рассудочной логической деятельности. Оперативный контроль МПР позволяет различать виды функционального состояния рабочей области ВС и управлять выполнением действий с учетом условий. Параллельно проводится тестовый оперативный контроль с целью выявить работоспособность МПР в заданных пределах точности.

Оперативный контроль в сочетании с оперативным управлением проводится на организационном уровне. Тем не менее это подход к альтернативному решению, сочетающему в системе оперативного контроля информационные функции с управляющими. Сочетание автоматического анализа с программно-модульным обеспечением делает оперативный контроль микропрограммным, что повышает коэффициент гибкости и разнообразит средства робототехнической реализации. Совокупность МПР, обеспечивающих микропрограммный оперативный контроль, представляет гибкий роботизированный модуль (ГРМ). В этом случае вводится модуль координирующего управления ГРМ. Благодаря его многофункциональности становится возможным сочетать технологические операции контроля с функциями управления и диагностирования. Следовательно, гибкий оперативный роботизированный контроль на определенном этапе внедрения МПР рассматривается как модульный локальный многофункциональный контроль исследуемой многоуровневой иерархической системы ВС.

Вместе с тем МПР, предназначенный для оперативного контроля с применением «эффектов присутствия», представляет многоуровневую и многофункциональную бионическую систему. В нее включены информационно-очувствленная подсистема, субблоки информационных и управляющих систем, которые позволяют на основе бионического интеллекта принимать оперативные решения, обеспечивая соответствующую динамику поведенческих актов исполнительной системы МПР. Вариантом альтернативного решения служит автокод ВС, синтезируемый с бионическим автокодом. Отображенная ВС в системе МПР представляет собой ноосферу. Модель — образ и в системе робота не имеет смысла. МПР не способен оперировать образами. Бионический автокод КПАСП головного мозга наделяет МПР интеллектными свойствами, которые не носят формальный характер. Ноосфера пространственно-временных организаций КПАСП разных форм ВС отображает разнообразие сигналов, которые недоступны для прямого восприятия человека. Однако они устанавливают комбинаторные взаимосвязи, определяют их интенсивность по частости КПАСП и структурному преобразованию инвариантно индивидуальных особенностей и тем самым функционируют в системе связей внешней и внутренней сред.

УДК 519.283:796.323

*В. З. БАБУШКИН*, канд. пед. наук, *И. А. МСТИБОВСКИЙ*

## ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ ИГРОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БАСКЕТБОЛИСТОВ

Многомерный статистический анализ позволяет описывать и прогнозировать ряд значимых психофизиологических характеристик человека, что соответствует задачам бионики применительно к спортивной деятельности. Так, факторный анализ выявляет скрытые закономерности деятельности спортсменов, взаимосвязь исходных показателей, количественные характеристики каждого из спортсменов по найденным обобщающим показателям — факторам.

В качестве метода исследования игровой деятельности баскетболистов нами выбран пошаговый дискриминантный анализ [1—4 и др.], который служит инструментом для решения трех основных задач: нахождение четкого критерия для разделения баскетболистов на группы, соответствующие их игровому профилю (амплуа); выделение показателей игровой деятельности, от значений которых в наибольшей степени зависит принадлежность баскетболиста к определенному игровому профилю; формирование рекомендаций по использованию полученных данных в учебном процессе юных баскетболистов для выбора их игровых функций.

В исследовании использовали 21 показатель, характеризующий игровую деятельность баскетболистов — игроков высшей и первой лиги класса «А» (технико-тактические показатели, качества и свойства личности и др.). Всего исследовали 49 человек: 17 игроков задней линии, 17 игроков передней линии и 15 центровых. Среди исследуемых были Еремин, Йовайша, Едешко, Белов, Сабонис, Валтерс, Сальников, Жармухамедов, Хомичус, Ткаченко и др.

Все расчеты осуществляли на ЕС ЭВМ с помощью пакета программ для анализа биомедицинской информации (ППП ВМДР).

**Методика исследования.** Пошаговый дискриминантный анализ предназначен для того, чтобы найти подмножество исходных переменных, по которым можно построить наилучшее распознавание групп т. е. найти формулу, подстановка в которую данных каждого игрока определяет его принадлежность к тому или иному игровому профилю (найти дискриминантную функцию).

На шаге 1 алгоритма при анализе табл. 1 сравниваются средние значения отдельно по каждой переменной для всех групп. Выбирается такая переменная, для которой эти средние значения наиболее различимы, т. е. проверяется гипотеза: $H_0: M_{1j} = M_{2j} = \ldots M_{kj}$ ($j = 1, 2 \ldots p$), где $M_{1j}$ — среднее значение в 1-й группе для переменной, $M_{2j}$ — для 2-й группы, $M_{kj}$ — для $k$-й группы.

На последующих шагах включается показатель, среднее значение которого наиболее различимо при фиксированном значении выбранных ранее переменных. Процесс завершается, когда включение любого из оставшихся показателей не сможет внести значимого вклада в разделение групп.

Для каждого показателя различия измеряются с помощью $F$ — статистики однофакторного дисперсионного анализа. Для претендующих на включение в анализ на данном шаге показателей она далее именуется значением $F$ — включения. Для показателей, уже включенных, но потерявших значимость в сочетании с новыми показателями, она называется значением $F$ — исключения. Причем на каждом шаге включается показатель, имеющий наибольшее значение, и может быть исключен показатель, значение которого стало меньше определенного порога (для исключения обычно берется 3,9). Процедура дискриминантного анализа заканчивается, когда уже нет показателей, имеющих $F$ — значение больше порога для включения (обычно берется 4,0). После окончания пошаговой процедуры для каждого исследуемого игрока вычисляются результирующие вероятности его принадлежности к рассматриваемым группам.

На основании этих вероятностей каждый игрок классифицируется в ту или иную группу.

Было проведено две серии расчетов. В I-й серии игроки были собраны в две группы: 1 — игроки передней линии (17 чел.); 2 — игроки задней линии и центровые (32 чел.).

Серия II включала три группы: 1 — игроки передней линии (17 чел.); 2 — игроки задней линии (17 чел.); 3 — центровые (15 чел.).

Дискриминантный анализ выявил показатели, которые являются наиболее существенными для решения задачи определения игрового амплуа. Одновременно были построены дискриминантные функции для наиболее эффективного сочетания признаков при высоком качестве разделения игроков на группы.

В проведенном исследовании игровые функции баскетболистов считались однозначно заданными заранее. В связи с тем, что рассматривались игроки высокого класса, их показатели приняты эталонными.

**Результаты исследований.** В I серии расчетов на шаге 1 получена переменная № 20 (наличие агрессивности), $F$ — статистика которой равна 10,347, что больше порогового значения для включения 4,0 (это соответствует уровню значимости $\alpha = 0{,}025$), т. е. гипотеза $H_0$ отклоняется и различия между средними данными признаются существенными.

Таким образом, на шаге 1 была решена задача (вспомогательная), которую как единственную из 21-й переменной необходимо оставить для того, чтобы она в наибольшей степени учитывала различия между двумя группами.

Переменные, отобранные в результате дискриминантного анализа по I-й серии расчетов, представлены в табл. 1.

В соответствии с описанной выше процедурой на шаге 2,3 последовательно добавлены переменные № 3 (результативные передачи) и № 21 (специфика игрового мышления), $F$ — статистика которых составляет 7,545 и 15,120, что также в обоих случаях выше порогового значения. Показатели этого столбца в табл. 1 можно рассматривать как относительные веса включенных переменных.

На шаге 4 изъята переменная № 20, так как $F$ — статистика для исключения составляет 1,424, что меньше порогового значения ($F = 3{,}9$). Исключение этой переменной связано с тем, что при фиксированных значениях имеющихся переменных (3,21) среднее значение переменной 20 в группах неразличимо.

Дальнейшие шаги анализа (5...9) выявили, что показатели № 2, 9, 11, 7, 13 также различимы в группах, как имеющие пороговые значения $F$ — включения больше 4,0.

Итак, в результате анализа получено, что вместо 21 исходного показателя для разделения на группы достаточно 7, указанных в табл. 1.

Таблица 1

| Номер шага | Номер переменной<br>включена | $F$ для включения |
|---|---|---|
| 1 | 20 (агрессивность) | 10,346 |
| 2 | 3 (результативные передачи) | 7,545 |
| 3 | 21 (специфика игрового мышления) | 5,120 |
| 5 | 2 (вес) | 10,516 |
| 6 | 9 (п) | 7,525 |
| 7 | 11 (фолы в защите) | 6,178 |
| 8 | 7 (% попаданий) | 4,201 |
| 9 | 13 (объем внимания) | 4,785 |

Примечание. Для шага 4 исключена переменная 20, значение $F$ для исключения — 1,424

Однако для I-й серии расчетов, в которой разделение идет на две группы, можно ограничиться еще меньшим числом показателей без ущерба для качества классификации. Воспользуемся с этой целью табл. 2, где приводятся данные для определения минимального числа показателей, которые так же эффективно делят на группы, как и результирующий набор показателей. Для этого проверяется гипотеза: $H_0 : D_k = D_7$, где $D_k$ — оценка расстояния Махаланобиса, используемого как оценка удаленности групп друг от друга.

Таблица 2

| Номер шага $k$ | Число показателей, включенных на шаге | Номер показателя | Для разделения групп $F$ | $D_k^2$ | Расчетное $F$ | Табличное $F$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 20 | 10,347 | 0,93 | 13,9 | 2,34 |
| 2 | 2 | 3 20 | 9,666 | 1,73 | 13,38 | 2,45 |
| 3 | 3 | 3, 20, 21 | 13,463 | 3,77 | 9,92 | 2,61 |
| 4 | 2 | 3, 21 | 19,304 | 3,47 | 7,87 | 2,45 |
| 5 | 3 | 2, 3, 21 | 19,037 | 5,32 | 6,63 | 2,61 |
| 6 | 4 | 2, 3, 9, 21 | 18,230 | 7,29 | 5,10 | 2,84 |
| 7 | 5 | 2, 3, 9, 11, 21 | 17,536 | 8,60 | 4,66 | 3,23 |
| 8 | 6 | 2, 3, 7, 9, 11, 21 | 16,401 | 10,00 | 4,38 | 4,08 |
| 9 | 7 | 2, 3, 7, 9, 11 13, 21 | 16,009 | 11,52 | — | — |

Первые три графы табл. 2 соответствуют графам табл. 1 и дают сочетание показателей (их номера), отобранных на каждом шаге, четвертая графа показывает $F$ — статистику аппроксимации критерия, по которой рассчитывается приведенное в графе 5 расстояние Махаланобиса.

В графе 6 даны расчетные значения $F$ — статистики для проверки гипотезы и равенства расстояний между группами, полученном для показателей данного $k$-го шага и последнего 9-го цикла.

Графа 7 содержит табличные значения $F_{0,95}$ $(7 - k, 41)$, где $k$ — количество показателей в шаге.

Сравнение граф 6,7 в табл. 2 показывает, что эффективное разделение групп получается именно для последних семи показателей. Можно пользоваться одним показателем (№ 20), но в этом случае простота разделяющей функции достигается за счет значительного снижения качества разделения (расчетное значение $F = 13{,}9 \gg F$ табличного, равного 2,34). Если взять два показателя № 3,21, то качество разделения уже будет средним (расчетное значение $F = 7{,}86 > F$ табличного, равного 2,45) по сравнению с вариантом для семи показателей (№ 2, 3, 7, 9, 11, 13, 21). Даже для шести показателей разделение будет хуже, чем для всех семи, так как расчетное $F$ все же больше, чем $F$ табличное).

Таким образом, могут быть рассмотрены три варианта эффективного разделения групп, из которых вариант 3 самый надежный: 1 — показатель № 20 (агрессивность) — шаг 1 анализа; 2 — показатели № 3 (результативные передачи) и 21 (специфика игрового мышления) — шаг 4 анализа; 3 — показатели № 2 (вес), 3,7 (процент попаданий), 9 (отскок на щите противника — «п»), 11 (фолы в защите), 13 (объем внимания) и 21.

Качество проведенного анализа достаточно высокое, оно оценивается вероятностью ошибочной классификации. Для ошибочного отнесения игроков 1-й группы данная вероятность равна нулю (табл. 3), так как 100 % игроков этой группы правильно отнесено к игрокам передней линии. Ошибка отнесения игроков 2-й группы к 1-й равна 3,1 %, а средняя ошибка — 2,0 %. Такая ошибка в классификации вызвана тем, что один из центровых как игрок-универсал присутствует и в 1-й, и во 2-й группе (расчеты показали, что он по своему профилю несколько ближе к игрокам передней линии).

Завершением процедуры анализа является получение дискриминантных функций для эффективного сочетания показателей (табл. 1).

$y = 33{,}6 + 7{,}1x_{20}$ **(1)**, $y = -76{,}0 - 1{,}3x_3 + 16{,}6x_{21}$ **(2)**, $y = -107{,}5 - 0{,}34x_2 - 3{,}1x_3 - 0{,}28x_7 + 2{,}8x_9 - 2{,}9x_{11} + 1{,}7x_{13} + 33{,}1x_{21}$ **(3)**.

Таблица 3

| № группы | Количество игроков: до классификации | 1 | 2 | % |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 17 | 17 | 0 | 100 |
| 2 | 32 | 1 | 31 | 96,9 |
| Всего: | 49 | 18 | 31 | 98,0 |

Таблица 4

| Номер шага | Переменная включена | F для включения |
|---|---|---|
| 1 | 9 (п) | 77,677 |
| 2 | 3 (результативность передачи) | 17,309 |
| 3 | 21 (специфика игрового мышления) | 11,576 |
| 4 | 2 (вес) | 9,573 |
| 5 | 11 (фолы в защите) | 4,308 |

Правило классификации игроков по группам следующее:

Если при подстановке формул в любое из этих уравнений получается, что $y \geqslant \ln \frac{n_2}{n_1}$, то игрока следует отнести к 1-й группе (игроки передней линии); если $y < \ln \frac{n_2}{n_1}$, то ко 2-й (игроки задней линии и центровые), где $n_1$ — количество игроков в 1-й группе ($n_1 = 17$), $n_2$ — количество игроков во 2-й группе ($n_2 = 32$).

В качестве примера вычислены значения дискриминантных функций для нескольких игроков высшей лиги класса «А».

Например, чтобы получить оценку центрового игрока Сабониса по дискриминантной функции (2), надо произвести следующие вычисления: в формулу (2) подставить значения показателя «результативность передач» $x_3 = 6{,}0$ и показателя «специфика игрового мышления» $x_{21} = 5{,}0$; $y = 76{,}0 - 1{,}3 \times 6{,}0 + 16{,}6 \times 5{,}0 = -76{,}0 - 7{,}8 + 83 = -0{,}8$.

Надежнее всего использовать результирующую дискриминантную функцию (3): функция (1) требует подстановки значения одного показателя вместо семи, что может иногда приводить к ошибочной классификации игроков: функция (2) менее надежна, чем (3), но примлема, так как нужны всего два показателя и ошибочные классификации игроков встречаются реже.

Для того же массива исходных данных проведены расчеты по программе кластерного анализа. В этом случае игроки не были заранее отнесены к своему игровому амплуа, а рассматривались все вместе. Кластерный анализ выявил одну большую группу игроков, близких по совокупности признаков, и остальных игроков поодиночке или по 2—3 человека в группе. Таким образом, кластерный анализ не показывает склонности игроков к тому или иному амплуа и нами далее не используется.

Метод пошагового дискриминантного анализа применен также к более сложному случаю разделения не на две группы, а на несколько групп.

Так, во II серии расчетов рассматривались три группы игроков, соответствующим трем основным игровым амплуа. Значимые для классификации игроков показатели приведены в табл. 4, которая составлена аналогично табл. 1.

Таблица 5

| № группы | Количество игроков | | | | % |
|---|---|---|---|---|---|
| | до классификации | 1 | 2 | 3 | |
| 1 | 17 | 16 | 0 | 1 | 94,1 |
| 2 | 17 | 0 | 17 | 0 | 100 |
| 3 | 15 | 0 | 0 | 15 | 100 |

Из сравнения табл. 1 и 4 видно, что показатели отобраны практически те же самые и что достаточно первых пяти из семи выбранных в I серии расчетов.

Наличие среди показателей $x_2$ (вес) объясняется его большой дисперсией (изменяется 80...140 кг).

Качество проведенного дискриминантного анализа для трех групп также оценивалось вероятностями ошибочной классификации, данные которой приведены в табл. 5.

Результирующие дискриминантные функции:

$$y_1 = -1173{,}3 - 1{,}1x_2 - 25{,}4x_3 + 6{,}8x_9 - -13{,}9x_{11} + 517{,}7x_{21} + \ln (n_1/n); \quad (4)$$

$$y_2 = -1086{,}6 - 0{,}8x_2 - 20{,}3x_3 - 1{,}8x_9 - -9{,}0x_{11} + 489{,}9x_{21} + \ln (n_2/n); \quad (5)$$

$$y_3 = -1081{,}5 - 0{,}8x_2 - 23{,}9x_3 + 5{,}9x_9 - -11{,}8x_{11} + 490{,}9x_{21} + \ln (n_3/n), \quad (6)$$

где $n_1$, $n_2$, $n_3$ — соответственно число игроков в 1-й, 2-й, 3-й группах ($n_1 = 17$; $n_2 = 17$; $n_3 = 15$).

Использование дискриминантных функций для трех групп другое, чем для двух: показатели $x_2$, $x_3$, $x_9$, $x_{11}$, $x_{12}$, измеренные для некоторого условного игрока, подставляются в $j$ группу, если $y_j$ имеет наибольшее значение.

Кроме того, вычислялись результирующие вероятности принадлежности к рассматриваемым в каждой серии группам. С помощью дискриминантных функций (1), (6) такие вероятности рассчитываются и для новых игроков, что также оценивает количественно близость игрока к тому или иному амплуа. Однако это требует дополнительных вычислений и обычно рассматривается только использование дискриминантных функций прямо как дающих однозначный (а не вероятностный) ответ на вопрос, к какому именно амплуа ближе игрок.

Следовательно, метод пошагового дискриминантного анализа позволил найти эффективное правило классификации баскетболистов по игровым функциям (на примере игроков высшей лиги класса «А»).

Из 21-го исходного показателя для разделения на группы значимы пять-семь показателей. Только эти показатели достаточно измерять при использовании результатов анализа.

К значимым показателям относятся наличие агрессивности, борьба за отскочивший мяч на щите противника, результативные передачи мяча, специфика игрового мышления и др. Найденные дискриминантные функции или вероятности принадлежности к группам могут быть использованы для определения близости (соответствия) любого игрока (новичка) к тому или иному игровому амплуа.

Метод дискриминантного анализа эффективнее метода кластерного анализа для рассматриваемых вопросов.

**Список литературы:** 1. *Зациорский В. М., Као Ван Тхы.* Дискриминантные признаки эффективности спортивной техники // Теория и практика ФК.— 1971.— № 9.— С. 14—18. 2. *Загоруйко Н. Г.* Методы распознавания и их приложения.— М., 1972.— 140 с. 3. *Елисеева И. И.* , *Рукавишников В. О.* Группировка, корреляция, распознавание образов.— М., 1977.— С. 7—11. 4. *Афифи А., Эйзен С.* Статистический анализ.— М., 1982.— 354 с.

*Поступила в редколлегию 04.12.86*

УДК 007.621.391.2

*И. Н. ЕГОРОВА*, канд. техн. наук

## МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

При традиционном подходе к определению потерь информации в системах [1] количество информации $I(У, X)$ рассчитывается как разность между энтропией принятого сообщения $H(Y)$ и энтропией помехи в канале передачи информации $H(Y/X)$: $I(Y, X) = H(Y) - H(Y, X)$ **(1)**. Наиболее исследованы флюктуационные помехи, математической моделью которых служит белый шум. Однако эффективная методика количественной оценки потерь информации из-за действия сосредоточенных помех, математической моделью которых является, в частности, узкополосный случайный процесс, отсутствует. Кроме того, следует учитывать, что информационные преобразования сигнала могут быть следствием не только действия помех, но и прохождения сигналом различных устройств.

В работах [2,3] анализируются потери информации при фильтрации. Однако проведенный анализ не связан с конкретными характеристиками сигнала и помех. В то же время очевидно, что результаты информационных преобразований зависят от характеристик как самого сигнала, так и действующей в информационном канале помехи.

В связи с изложенным рассмотрим задачу оценки погрешности информационных преобразований сигнала в результате его прохождения через конкретные линейные и нелинейные устройства информационных систем с учетом реальных помех, действующих в каналах передачи информации.

Определение количества информации $I(Y, X)$ на выходе информационного канала осуществляется на основе функций распределения случайного процесса на выходе канала $W(X)$, а также функций распределения исходного сигнала $W(X)$ и помехи $W(Y/X)$, на основании известной (1) зависимости

$$I(Y, X) = -\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} W(Y, X) \ln\left[\frac{W(Y, X)}{W(X)\,W(Y)}\right] dx\,dy. \qquad (2)$$

Однако поскольку потери информации имеют место также в результате преобразования сигнала различными устройствами каналов, определение величин $W(Y)$ и $W(Y/X)$ должно осуществляться с учетом преобразования сигнала и помехи реальными устройствами систем. Таким образом, погрешность информационных преобразований сигнала учитывает не только энтропию помехи $H_{\text{пом}}$, но и энтропию преобразования $H_{\text{пр}}$: $H(Y/X) = H_{\text{пом}} + H_{\text{пр}}$ **(3)**.

Получены аналитические зависимости, позволяющие найти количество информации, содержащееся в выходном сигнале относительно исходного На основании данных зависимостей определены такие информационные характеристики, как погрешность информационных преобразований, достоверность преобразования информации и ряд других показателей.

В качестве исходного сигнала анализируется амплитудно-модулированное колебание со случайной фазой, а помехи могут быть как широкополосными — типа белый шум, так и узкополосными — типа стационарный узкополосный нормальный случайный процесс. Таким образом, в работе исследуются две разновидности входных сигналов, т. е. две разновидности условий работы систем — наиболее «тяжелые» и наиболее вероятные, с целью более полной оценки качества систем.

В качестве наиболее «тяжелых» условий работы анализируется входной сигнал, представленный суммой полезного сигнала и помехи типа белый шум. Как известно, помеха такого типа вносит наибольшие искажения в полезный сигнал и рассматривается для оценки качества систем в наихудшем случае.

Наиболее вероятные условия — это сумма полезного сигнала и помехи в виде стационарного узкополосного нормального случайного процесса, что соответствует реальным сигналу и помехе.

В общей постановке реальные каналы передачи информации необходимо представлять как нелинейные стохастические инерционные нестационарные системы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями со случайными переменными коэффициентами и случайной правой частью. Решение задачи в такой постановке при современном уровне теории передачи сигналов невозможно. В настоящее время для анализа линейных и нелинейных искажений сигнала канал рассматривается как последовательное соединение линейной инерционной и нелинейной неинерционной систем, которыми представлены различные устройства информационных каналов. В первую группу входят такие устройства, как модуляторы, детекторы, ограничители; во вторую — фильтры, устройства, осуществляющие задержку во времени.

Погрешность информационных преобразований оценивается в работе как разность между исходным количеством информации $I(X)$, соответствующим полезному сигналу и количеством информации $I(Y, X)$, содержащимся в случайном процессе на выходе устройства (канала, системы) относительно исходного полезного сигнала.

Определение количества информации, соответствующего исходному сигналу с амплитудой $S(t)$, осуществляется на основе функции распределения огибающей

$$I(X) = \ln \sqrt{\frac{\pi S}{2}} \left(\frac{\text{нат}}{\text{сообщ}}\right).$$

Отметим, что наиболее сложно оценить величину $I(Y, X)$, учитывающую потери информации не только в результате действия помех, но и в результате преобразования различного рода устройствами информационных каналов.

Исследование полученных в работе аналитических зависимостей для ряда устройств позволило разработать инженерную методику оценки информационных характеристик.

Например, для квадратичного детектора количество информации $I(Y, X)$, содержащееся в случайном процессе на выходе квадратичного детектора, относительно исходного полезного сигнала $S(t)$, если действует помеха типа белый шум с дисперсией $\sigma^2$;

$$I(Y, X) = F\left(\frac{S}{\sigma}\right) \ln (2\sigma\sqrt{2\pi e}) - \frac{S}{2\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{s^2}{2\sigma^2}} + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} \times$$
$$\times\left[-\frac{\sigma}{2\sqrt{2}} \ln (2\sigma^2)\, \psi\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{S^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{4} \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)_\kappa \psi\left(\frac{1}{2} + k\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)_\kappa \kappa!} \left(\frac{S^2}{2\sigma^2}\right)^\kappa +\right.$$
$$\left. + \frac{S}{2} \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{\psi(1+\kappa)}{(3/2)_\kappa} \left(\frac{S^2}{2\sigma^2}\right)^\kappa\right] - \ln (2\sigma^2\sqrt{\pi e}) - \frac{1}{2}\psi\left(\frac{1}{2}\right),$$

где $F(x)$ — функция Лапласа; $\tilde{\psi}(a, b; x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция; $\varphi(a)$ — пси-функция Эйлера.

В случае же, когда действует помеха типа стационарный узкополосный нормальный случайный процесс, количество информации $I(Y, X)$ на выходе квадратичного детектора может быть определено на основании зависимости

$$I(Y, X) = e^{-\frac{s^2}{4\sigma^2}} \left\{D_{-\frac{3}{2}}\left(-\frac{S}{\sigma}\right)\left[0{,}354\sqrt{\frac{\sigma}{S}} \ln (2\sigma\sqrt{2\pi S} + 0{,}178\sqrt{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^3}\right] +\right.$$
$$\left. + 0{,}663\left(\frac{\sigma}{S}\right)^{1/2} D_{-1/2}\left(-\frac{S}{\sigma}\right) - 0{,}53\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} D_{-5/2}\left(-\frac{S}{\sigma}\right)\right\} - \ln(2e\sigma^2),$$

где $D_\nu(x)$ — функция параболического цилиндра.

Анализ информационных преобразований сигнала линейными инерционными устройствами осуществляется в работе на основе выражений (2), (3) с использованием принципа суперпозиции, справедливого для линейных систем.

Так, преобразование сигнала $RC$-фильтром с импульсной переходной характеристикой $h(t) = \frac{1}{\tau_ф} e^{-\frac{t}{\tau_ф}}$ и задержкой $\tau_ф$ осуществляется в соответствии с интегралом Дюамеля

$$S_ф(t) = \int_0^t \frac{1}{2\tau_ф} e^{-\frac{t-\tau}{\tau_ф}} \frac{d\tau}{\sqrt{\frac{1}{4Q^2} + \left(\frac{f_0 l^{\alpha\tau} - f_р}{f_р}\right)^2}}, \tag{4}$$

где $Q$ — добротность контура; $f_р$ — резонансная частота колебательного контура.

Для выражения (4) в работе получено решение в общем виде и осуществлена оценка максимально возможного отклонения $S_ф(t)$ от исходного сигнала в случае, когда скорость нарастания кривой колебательного контура максимальна.

Линейное преобразование помехи не изменяет ее закона распределения, а дисперсия помехи $\sigma_ф^2$ на выходе $RC$-фильтра с частотной характеристикой $C(\omega)$ может быть выражена через ее дисперсию на входе $\sigma^2$ с помощью соотношения

$$\sigma_ф^2 = \frac{C(\omega)\,\sigma^2}{4\pi f}, \tag{5}$$

где $f$ — исходная полоса частот помехи.

Аналитические зависимости, полученные в результате преобразования выражений (4), (5), использованы в работе [4] для определения функции распределения случайного процесса $W(Y)$ на выходе $RC$-фильтра и оценки количества информации $I(Y, X)$ и других информационных характеристик.

Аналогичные выражения получены для широкого класса линейных и нелинейных устройств информационных систем.

В качестве базовой рассматривали систему автоматизации испытаний объектов, являющуюся по структуре информационно-управляющей и насчитывающую несколько десятков каналов.

Исследование информационных преобразований сигнала в системах позволило количественно оценить потери информации не только под действием помех, но и в результате преобразования ее различного рода устройствами.

На основании полученных аналитических зависимостей для каждого из исследуемых типов устройств разработана инженерная методика оценки количества информации $I(Y, X)$, погрешности информационных преобразований и достоверности преобразования информации; построены графики; разработаны алгоритмы.

Проведенное исследование позволило установить и оценить зависимость информационных характеристик от условий работы (соотноления уровней сигнала и помех) и характеристик технических средств систем, что, в свою очередь, дает возможность выявить устройства, преобразование сигнала которыми сопровождается наибольшей потерей информации, с целью их последующей оптимизации.

Установлено, что наиболее «узкими» местами в системе являются фильтры и нелинейные детекторы. Однако в случае, когда в информационных каналах системы действует помеха типа стационарный узкополосный нормальный случайный процесс, значения информационных характеристик выше, чем при помехе типа белый шум.

**Список литературы**: 1. *Файнстейн А.* Основы теории информации / Пер. с англ.— М., 1960.— 140с. 2. *Солодов А. В.* Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля.— М., 1967.— 428с. 3. *Буга Н. Н.* Основы теории связи и передачи данных.— Л., 1968.— Ч. 1.— 548с. 4. *Егорова И. Н.* Анализ погрешности линейных преобразований информации в системах // Деп. науч. работы / Естественные и точные науки, техника/: Ежемесяч. библиогр. указ.— 1984.— № 4 (150).— С. 174, б/о 958.— Рукопись 17 с.

*Поступила в редколлегию 22.12.86.*

УДК 519.712.2:681

*В. П. ТЫДЫКОВ*

## ОБРАЩЕНИЕ АЛГОРИТМА КАК СРЕДСТВО АНАЛИЗА МОДЕЛИ

Все более широкое внедрение вычислительной техники в промышленность, науку, быт означает, что расширяется и круг объектов, моделируемых алгоритмами и программами. К ним относятся сложные системы, в том числе системы с участием человека.

Широкий круг задач оптимизации, автоматизации, управления и проектирования сводится к анализу модели объекта. Анализ подразумевает возможность получения по модели как прямого решения (что будет на выходах модели при заданных значениях на входах), так и обратного (получить значения на входах, обеспечивающие заданные значения на выходах модели). Поэтому хотя алгоритм адекватно, экономно и в удобной форме описывает функционирование многих объектов, отсутствие метода получения обратного решения по алгоритму вынуждает пользоваться менее эффективными моделями (таблицы решений, булевы функции).

Попытаемся разработать метод получения обратного решения по модели объекта, представленной в виде алгоритма.

Пусть алгоритм задан в форме граф-схемы алгоритма (ГСА) [1], представляющей собой графический аналог логических схем алгоритмов (ЛСА), введенных А. А. Ляпуновым для описания блок-схем программ для цифровых вычислительных машин.

Определение 1. *ГСА — ориентированный связный граф, содержащий одну начальную, одну конечную и конечное число операторных и условных вершин, входы и выходы которых соединяются друг с другом с помощью дуг, направленных всегда от выхода к входу так,* *что выполняются следующие условия: 1) каждый выход соединен только с одним входом; 2) любой вход соединяется, по крайней мере, только с одним выходом; 3) любая вершина графа лежит, по крайней мере, на одном пути из начальной вершины к конечной.*

В каждой условной вершине $Y$ ГСА записывается один из элементов $Y$ множества условных выражений. Условная вершина имеет два выхода, помеченных 0, 1, и произвольное количество входов. В каждой операторной вершине $O$ записывается оператор $O$ из множества операторов. Операторная вершина имеет один выход и произвольное количество входов. Итак, в любую вершину ГСА может входить одна или более дуг. Они составляют список входных дуг данной вершины.

Оператор имеет переменные-аргументы и переменные-функции. Упорядоченная совокупность переменных всех операторов ГСА, а также переменных, входящих в условные выражения ГСА, дает множество (вектор) $\overline{M}$ переменных ГСА. Пусть переменные и константы ГСА принимают произвольные численные значения.

*Получение прямого решения.* Определение 2. *Прямым решением $\overline{W}$ для заданных исходных значений $\overline{ISX}$ переменных ГСА назовем значения переменных ГСА в момент перехода алгоритма получения прямого решения к конечной вершине ГСА.*

Алгоритм $PR$ получения прямого решения по ГСА $G$ при исходных данных $\overline{ISX}$. 1. Взять начальную вершину $G$. Присвоить переменным ГСА $G$ значения из вектора $\overline{ISX}$. 2. Перейти по дуге $K$ к следующей по стрелке вершине $I$ ГСА. Если это конечная вершина, то конец работы алгоритма $PR$, получено прямое решение. Обработать вершину $I$ с помощью алгоритма $VERPR$. Если получено состояние прерывания, то конец работы алгоритма $PR$, прямого решения нет. Если получено решение, то перейти к п. 2.

Алгоритм $VERPR$ обработки вершины $I$ при прямом проходе. Пусть значения переменных ГСА $\overline{M} = \overline{F}$. Если вершина $I$ условная, то вычислить значение истинности условного выражения. Пусть оно равно 0 (1), тогда выбрать дугу $K$, помеченную 0 (1). Получено решение $\overline{M} = \overline{F}$. Если вершина $I$ операторная, то: 1) проверить значения переменных-аргументов оператора $I$ на принадлежность их области определения ($OO$) оператора $I$; если не принадлежат, то выполнение алгоритма $VERPR$ прекращается в состоянии прерывания; 2) выполнить оператор $I$, получено решение.

Алгоритм $PR$ является общепринятой процедурой прохода по алгоритму. Состояние прерывания соответствует аналогичному состоянию в программировании, когда из-за ошибки в данных нет возможности продолжать вычисления.

**Лемма 1.** *Каждому прямому решению $\overline{W}$ при исходных данных $\overline{ISX}$ переменных ГСА $G$ соответствует единственный путь на ГСА $G$ от начальной до конечной вершины, по которому проходит алгоритм $PR$.*

Доказательство. Поскольку прямое решение $\overline{W}$ получено, то из п. 2 алгоритма $PR$ следует, что алгоритм $PR$ прошел ГСА $G$

от начальной вершины до конечной, причем единственный раз. При этом начало каждой последующей дуги $K$ совпадало с концом предыдущей, что по определению является путем. Лемма доказана.

*Получение обратного решения.* Пусть для каждого оператора ГСА существует обратный ему оператор. Определение 3. *Оператор $A^{-1}$ назовем обратным оператору $A$, если: 1) область определения переменных-аргументов оператора $A$ совпадает с областью значений переменных-функций оператора $A^{-1}$; 2) ОЗ $A$ совпадает с ОО $A^{-1}$; 3) пусть $A^{-1}(\overline{W}) = \{\overline{V}_1, \ldots, \overline{V}_n\}$, тогда $A(\overline{V}_i) = \overline{W}$ и $A(\overline{U}) \neq \overline{W}$, где $\overline{U} \setminus \overline{V}_i$, $i = \overline{1, n}$.*

Здесь $\overline{W}$, $\overline{U}$, $\overline{V}_i$ — векторы значений переменных операторов $A$ и $A^{-1}$. Смысл п. 3 таков: преобразование вектора $\overline{W}$ значений переменных оператора $A$, обусловленное последовательным выполнением операторов $A^{-1}$ и $A$, дает те же значения переменных $\overline{W}$; обратный оператор $A^{-1}$ дает все векторы значений переменных, могущие породить $\overline{W}$ при выполнении оператора $A$. В определении 3 использован общий подход к обращению программ [2].

Определение 4. *Обратным решением $\overline{V}$ для ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$ назовем вектор значений $\overline{V}$ переменных ГСА такой, что применение алгоритма $PR$ к $G$ при исходных данных $\overline{V}$ даст прямое решение $\overline{W}$: $PR(G(\overline{V})) = \overline{W}$.*

Определение 5. *Полным обратным решением $P$ для ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$ назовем всю совокупность обратных решений $P = \{\overline{V}_1, \ldots, \overline{V}_n\}$, могущих породить данное прямое решение $\overline{W}$:*

$$PR(G(\overline{V}_i)) = \overline{W},\ PR(G(\overline{U})) \neq \overline{W},\ \text{где}\ \overline{U} \neq \overline{V}_i,\ i = \overline{1, n}.$$

Любой оператор ГСА дает единственное прямое решение для каждого вектора значений переменных аргументов. В то же время обратный оператор может давать несколько обратных решений для каждого вектора значений переменных. Поэтому далее считается, что обратный оператор выдает полное обратное решение в виде списка обратных решений.

Алгоритм $OBR$ получения полного обратного решения $P$ при прямом решении $\overline{W}$ на ГСА $G$. 1). Перебрать все пути в $G$ из начальной в конечную вершину. Для каждого пути получить дерево решений с помощью алгоритма $DER$. 2). Объединением решений, находящихся в тупиковых вершинах всех деревьев решений, получить полное обратное решение $P$.

Введем понятие промежуточного обратного решения на дуге $IJ$ ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$ — это состояние $\overline{V}$ всех переменных ГСА такое, что применение алгоритма $PR$, начиная с дуги $IJ$, дает прямое решение $\overline{W}$: $PR(G_{IJ}(\overline{V})) = \overline{W}$.

Применение алгоритма $PR$ к части ГСА $G$, начиная с дуги $IJ$ и кончая дугой $KL$, означает, что для данного случая считается, что дуга $IJ$ исходит из начальной вершины, а дуга $KL$ входит в конечную вершину.

Алгоритм *DER* получения дерева решений для произвольного пути *PUT* из начальной в конечную вершину ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$.

1. Взять конечную вершину $G$. 2. Присвоить переменным ГСА $G$ значения из прямого решения $\overline{W}$. Прямое решение $\overline{W}$ образует корневую вершину дерева решений пути *PUT* уровня $J = 0$. 3. Перейти к следующей против стрелки вершине $I$ уровня $J = J + 1$ из пути *PUT*. Если вершина $I$ — начальная, то конец работы алгоритма *DER*, получено дерево решений для пути *PUT*.

В противном случае для каждого промежуточного решения, находящегося в тупиковой вершине *TUP* предыдущего уровня $J - 1$ дерева решений, выполнить алгоритм *VEROBR* обработки вершины $I$. Если вершин уровня $J - 1$ нет, то конец работы алгоритма *DER*, дерево решений не построено. Множество обратных решений алгоритма *VEROBR* образует новое поддерево решений уровня $J$ с корнем в вершине *TUP*. Если множество обратных решений пусто (прерывание), то наращивание дерева решений из вершины *TUP* не происходит. Перейти к п. 3.

Алгоритм *VEROBR* обработки вершины $I$ при обратном проходе. Пусть предыдущая обработанная вершина — $L$, значения переменных ГСА $\overline{M} = \overline{F}$, и если вершина $I$ — условная, то дуге $IL$ приписано значение 1 (0).

Если вершина $I$ — условная, то вычислить значение истинности условного выражения $I$.

Если оно равно 1 (0), то получено единственное обратное решение $\overline{M} = \overline{F}$, которое записывается в список обратных решений. Если оно равно 0 (1),то обратного решения нет, список пуст.

Если вершина $I$ — операторная, то: 1) проверить переменные-функции оператора $I$ на принадлежность их значений ОЗ $I$, если не принадлежат, то обратного решения нет, список обратных решений пуст; 2) выполнить оператор $I^{-1}$, записать все решения в список обратных решений.

**Теорема 1.** *Пусть применение алгоритма VEROBR к вершине I ГСА G при значениях переменных ГСА* $\overline{M} = \overline{W}$ *и предыдущей обработанной вершине L дало множество решений* $R = \{\overline{V}_1, \ldots; \overline{V}_n\}$. *Тогда применение алгоритма VERPR к вершине I при* $\overline{M} = \overline{V}_i$, $i = \overline{1, n}$ *даст значения переменных* $\overline{M} = \overline{W}$ *и следующую выбранную вершину L, а применение VERPR к I при* $\overline{M} = \overline{U}$, $\overline{U} \notin R$ *даст либо а)* $\overline{M} = \overline{Z}$, $\overline{Z} \neq \overline{W}$, *либо б) следующую выбраную вершину, отличную от L, либо случаи а) и б) вместе.*

Доказательство. Рассмотрим два возможных случая.

1. Пусть вершина $I$ — условная, переход к ней осуществлялся по дуге $LI$ с приписанным ей значением истинности 1 (0). Тогда в соответствии с алгоритмом *VEROBR* вычисляется значение истинности условного выражения $I$. Рассмотрим два возможных случая.

А. Пусть выражение истинно (ложно), тогда получено единственное обратное решение $\bar{M}=\bar{W}$. А. 1. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=\bar{W}$ алгоритм $VERPR$. Выражение $I$ истинно (ложно), поэтому выбирается дуга $LI$, получено решение $\bar{M}=\bar{W}$. А. 2. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=\bar{U}$, $\bar{U}\neq\bar{W}$ алгоритм $VERPR$. Будет получено решение $\bar{M}=\bar{U}$, $\bar{U}\neq\bar{W}$.

Б. Пусть выражение ложно (истинно), тогда решения нет, прерывание, список решений пуст. Б. 1. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=$ $=\bar{U}$, где $\bar{U}$ — любой вектор значений, алгоритм $VERPR$. Рассмотрим два возможных случая. Б. 1. 1. Пусть $\bar{U}=\bar{W}$, тогда выражение $I$ ложно (истинно) и будет выбрана дуга, отличная от $LI$. Б. 1. 2. Пусть $\bar{U}\neq\bar{W}$, тогда будет получено решение $\bar{M}=\bar{U}\neq\bar{W}$.

2. Пусть вершина $I$ — операторная. Тогда в соответствии с алгоритмом $VEROBR$ возможны два случая.

А. Значения $\bar{W}$ переменных оператора $I$ принадлежат его ОЗ, выполнен оператор $I^{-1}$, получено множество решений $R$. А. 1. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=\bar{V}_i$, $\bar{V}_i\in R$ алгоритм $VERPR$. Так как значения $\bar{W}$ переменных оператора $I$ принадлежит его ОЗ, по определению $I$ ОЗ (3) $=$ 00 $(I^{-1})$, выполнение $I^{-1}$ дает значения, принадлежащие ОЗ $(I^{-1})$, ОЗ $(I^{-1})=$ 00 $(I)$, следовательно, каждое решение $\bar{V}_i$ принадлежит 00 $(I)$. Поэтому для $\bar{V}_i$ будет выполнен оператор $I$ и по определению 3 получено решение $I(\bar{V}_i)=\bar{W}$, $\bar{V}_i\in R$. А. 2. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=\bar{U}$, $\bar{U}\notin R$ алгоритм $VERPR$. Рассмотрим два возможных случая. А.2.1. Пусть $\bar{U}\in$ 00 $(I)$, тогда будет выполнен оператор $I$ и получено решение $\bar{Z}: I(\bar{U})=\bar{Z}$. По определению 3 $\bar{Z}\neq\bar{W}$. А.2.2. Пусть $\bar{U}\notin$ 00 $(I)$, тогда решения нет.

Б. Значения $\bar{W}$ переменных оператора $I$ не принадлежат ОЗ $(I)$, прерывание, список решений пуст: $R=\{\varnothing\}$. Б. 1. Применим к вершине $I$ при $\bar{M}=\bar{U}$, где $\bar{U}$ — произвольный вектор значений ($\bar{U}\notin R$, $R=\{\varnothing\}$), алгоритм $VERPR$. Рассмотрим два возможных случая. Б.1.1. Пусть $\bar{U}\in$ 00 $(I)$, тогда будет выполнен оператор $I$ и получено решение $\bar{Z}: I(\bar{U})=\bar{Z}$. По определению 3 $\bar{Z}=\bar{W}$. Б.1.2. Пусть $\bar{U}\notin$ 00 $(I)$, тогда решения нет. Теорема доказана.

Определение 6. *Полным деревом обратных решений пути $PUT$ ГСА $G$ при прямом решении $\bar{W}$ назовем дерево, в котором множество решений $R=\{\bar{V}_1, \ldots, \bar{V}_n\}$, находящихся во всех $n$ тупиковых вершинах последнего уровня дерева, образуют полное обратное решение для пути $PUT$ ГСА $G$ при прямом решении $\bar{W}$*:

$$PR(PUT(\bar{V}_i))=\bar{W},\ i=\overline{1, n},\quad PR(PUT(\bar{U}))=\bar{Z},\ \bar{Z}\neq\bar{W},\ \text{где } \bar{U}\notin R.$$

Последние записи означают, что применение алгоритма $PR$ к пути $PUT$ при исходных данных $\bar{V}_i\in R$ дает прямое решение $\bar{W}$, а при любых исходных данных, не принадлежащих полному обратному решению $R$ пути $PUT$, даст либо значение $\bar{Z}$, отличное от $\bar{W}$, либо выход за пределы пути $PUT$ при выходе из очередной условной вершины

Определение 7. *Полным поддеревом промежуточных обратных решений пути $PUT_l$ от конечной до произвольной вершины $l$ ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$ назовем поддерево, у которого множество промежуточных обратных решений $R = \{\overline{V}_1, \ldots, \overline{V}_n\}$, находящихся во всех $n$ тупиковых вершинах последнего уровня поддерева, образует полное обратное промежуточное решение для пути $PUT_l$:*

$$PR(PUT_l(\overline{V}_i)) = \overline{W},\ i = \overline{1, n},\ PR(PUT_l(\overline{U})) = \overline{Z},\ \overline{Z} \neq \overline{W},\ \text{где } \overline{U} \notin R.$$

Здесь $PUT_l$ — часть пути $PUT$ от конечной вершины до вершины $l$.

**Теорема 2.** *Пусть в результате обработки алгоритмом $DER$ вершины $K$, принадлежащей произвольному пути $PUT$ ГСА $G$, получено полное поддерево промежуточных обратных решений пути $PUT_K$ при прямом решении $\overline{W}$. Тогда в результате обработки алгоритмом $DER$ следующей против стрелки вершины $L$ из пути $PUT$ будет также получено полное поддерево промежуточных обратных решений пути $PUT_L$.*

Доказательство. Рассмотрим два возможных случая.

А. Пусть вершина $L$ — начальная, тогда полное поддерево промежуточных обратных решений, полученное на шаге обработки вершины $K$, в соответствии с п. 3 алгоритма $DER$ останется полным поддеревом обратных решений и после шага обработки вершины $L$.

Б. Пусть вершина $L$ уровня $J$ — не начальная. Тогда в соответствии с п. 3 алгоритма $DER$ для каждого пром жуточного решения $\overline{PROM}_i$, находящегося в тупиковой вершине $TUP_i$ предыдущего уровня $J-1$ поддерева решений, выполняется алгоритм $VEROBR$ обработки вершины $L$ и множество обратных решений $R_i = \{\overline{V}_1, \ldots, \overline{V}_n\}$ алгоритма $VEROBR$ образует новое поддерево решений с корнем в вершине $TUP_i$, а объединение всех решений, находящихся в тупиковых вершинах уровня $J$, дает множество решений $R_L$ пути $PUT_L: R_L = \bigcup\limits_{i=1,F}^{i} R_i$, где $F$ — количество тупиковых вершин уровня $J$. Рассмотрим два возможных случая. Б.1. Пусть вершин уровня $J-1$ нет, тогда наращивание дерева решений прекращается и вершин уровня $J$ также не будет. Отсутствие вершин уровня $J-1$ эквивалентно пустому полному множеству промежуточных обратных решений пути $PUT_K$, а вершин уровня $J$ — пустому множеству решений пути $PUT_L: R_L = \{\varnothing\}$. Б.1.1. Докажем, что $R_L$ — полное множество обратных решений. Применим к пути $PUT_L$ алгоритм $PR$ при $\overline{U} \notin R_L = \{\varnothing\}$, т. е. $\overline{U}$ — произвольный вектор значений. На первом шаге в соответствии с алгоритмом $PR$ будет выполнена обработка вершины $L$ алгоритмом $VERPR$. На основании теоремы 1 $VERPR(L(\overline{U})) = \overline{Z}, \overline{Z} \notin R_K$. Тогда на основании части первой формулировки данной теоремы и определения 7 $PR(PUT_K(\overline{Z})) \neq \overline{W}$, что эквивалентно $PR \times (PUT_L(\overline{U})) \neq \overline{W}$. Б.2. Пусть вершины уровня $J-1$ есть. Докажем, что $R_L$ — полное множество промежуточных обратных решений пути $PUT_L$. Б.2.1. Применим к пути $PUT_L$ алгоритм $PR$ при $\overline{V}_j \in R_L$. На первом шаге будет выполнена обработка вершины $L$ алгоритмом $VERPR$. Так как $\overline{V}_j \in R_i = VEROBR(L(\overline{PROM}_i))$, на основании теоремы 1 $VERPR(L(\overline{V}_j)) = \overline{PROM}_i \in R_K$. Тогда на основании части первой формулировки данной теоремы и определения 7 $PR(PUT_K(\overline{PROM}_i)) = \overline{W}$, что эквивалентно $PR(PUT_L(\overline{V}_j) = \overline{W}$. Б.2.2. Полнота. Применим к пути $PUT_L$ алгоритм $PR$ при $\overline{U} \notin R_L$. На первом шаге в соответствии с алгоритмом $PR$ будет выполнена обработка вершины $L$ алгоритмом $VERPR$. Так как $R_i = VEROBR(L(\overline{PROM}_i))$ и $R_L = \bigcup\limits_{i=1,\,F}^{i} R_i$, на основании теоремы 1 $VERPR(L(\overline{U})) = \overline{Z}$ $\overline{Z} \neq \overline{PROM}_i$, $i = \overline{1,\ F}$ и $\overline{Z} \notin R_K$, $R_K = \{\overline{PROM}_1, \ldots, \overline{PROM}_S\}$, где $S$ — количество тупиковых вершин уровня $J-1$. Тогда на основании части первой формулировки данной теоремы и определения 7 $PR(PUT_K(\overline{Z})) \neq \overline{W}$, что эквивалентно $PR(PUT_L(\overline{U})) \neq \overline{W}$ Теорема доказана.

**Теорема 3.** *Алгоритм $DER$ дает полное дерево обратных решений произвольного пути $PUT$ для ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$.*

Доказательство. Рассмотрим обработку пути $PUT$ алгоритмом $DER$ После обработки конечной вершины прямое решение $\overline{W}$ образует корневую вершину дерева решений пути $PUT$.. Поддерево, образуемое выполнением алгоритма $VEROBR$ для следующей вершины $I$ и наращиванием ребер $\overline{W}\overline{V}_1, \ldots, \overline{W}\overline{V}_n$ ($n$ — число обратных решений для вершины $I$ при $\overline{W}$), на основании теоремы 1 и определения 7 будет полным поддеревом обратных решений. На основании теоремы 2 в результате обработки следующей вершины $J$ будет также получено полное поддерево обратных решений. Рассуждая аналогично, дойдем до начальной вершины. Тогда по определению 6 получим полное дерево обратных решений пути $PUT$. Теорема доказана.

**Теорема 4.** *Алгоритм $OBR$ дает полное обратное решение $P$ для ГСА $G$ при прямом решении $\overline{W}$.*

Доказательство. А. Поскольку решение алгоритма $OBR$ получается путем объединения обратных решений всех путей в ГСА G, все решения алгоритма $OBR$ — обратные.

Б. Полнота. Проведем доказательство от противного. Пусть существует обратное решение $\overline{U}$, не входящее во множество решений $P$. Тогда по лемме 1 и по определению 4 ему соответствует путь $PUT$ на ГСА $G$ получения алгоритмом $PR$ прямого решения $\overline{W}$. Алгоритм OBR требует полного перебора путей, следовательно, для пути $PUT$ было получено по теореме 3 полное дерево обратных решений. Каждое из решений дерева вошло во множество $P$, следовательно, и решение $\overline{U}$ входит во множество $P$. Получено противоречие. Теорема доказана.

**Пример.** На рис. 1 показана ГСА модель элемента И. Переменные $A$, $B$, $C$ принимают значения 0, 1. Получим прямое решение для исходных данных $ABC = 101$, обработка вершины *1* дает выбор дуги 12 и решение $ABC = 101$. Обработка вершины *2* дает выбор дуги 23 и решение $ABC = 101$. Обработка вершины *3* дает выбор дуги 3К и решение $ABC = 100$, которое и является прямым решением.

Получим полное обратное решение при прямом решении $ABC = 100$.

Имеем 3 пути на ГСА из начальной в конечную вершину: (1) Н — 1 — 3 — К, (2) Н — 2 — 3 — К, (3) Н — 2 — 4 — К. Прямое решение $ABC = 100$ образует корневую вершину уровня 0 дере

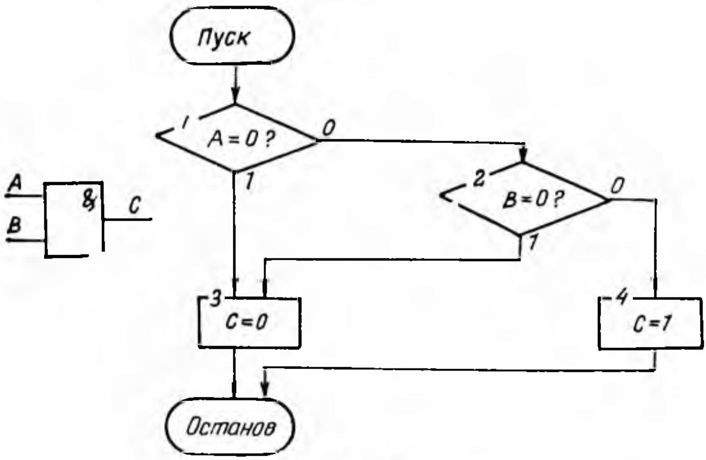



Рис. 1

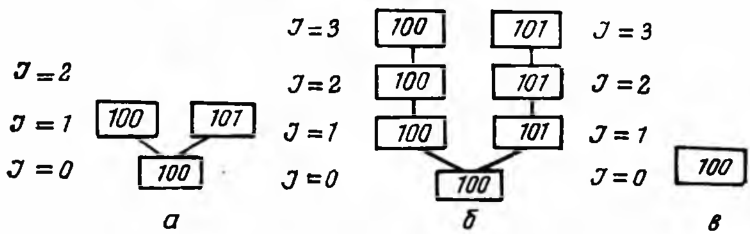



Рис. 2

ва обратных решений пути 1. Переходим к вершине 3 уровня 1. Для промежуточного решения 100 выполняем алгоритм *VEROBR* обработки вершины 3.

Область значений оператора 3 *ОЗ* (3) = {0}, поэтому решение 100 принадлежит 03 (3) и выполняется оператор $3^{-1}$ $C = \{0, 1\}$. Получаем две вершины уровня $J = 1$ с решениями 100 и 101. Переходим к вершине *1*. Поскольку выражение $A = 0$ должно быть истинно (дуга 13 помечена 1), а на решениях 100 и 101 оно ложно, обратного решения нет, дерево решений не наращивается. После перехода к вершине Н выполнение алгоритма *DER* прекращается, дерево решений не построено (рис. 2, *а*).

Для пути 2 получим дерево решений на рис. 2, *б*. Поскольку условное выражение $B = 0$ для решений 100 и 101 истинно и дуга 23 помечена 1, после обработки вершины 2 дерево решений наращивается вершинами 100 и 101 уровня $J = 2$. При обработке вершины 1 уровня $J = 3$ выражение $A = 0$ ложно для обоих решений, дуга 12 помечена 0, поэтому дерево решений наращивается вершинами 100 и 101. Следующая вершина — начальная, дерево решений построено.

Для пути 3 получим дерево решений на рис. 2, *в*. Область значений оператора 403 (4) $= \{1\}$, решение 100 не принадлежит ОЗ, поэтому после перехода к вершине 2 построение дерева решений прекращается, дерево решений не построено:

Полное обратное решение получим объединением решений 100 и 101, находящихся в тупиковых вершинах последнего уровня единственного дерева решений: $P = \{100,101\}$.

Таким образом, доказано, что существует метод получения обратных решений по модели объекта, заданной в виде алгоритма.

Аналогичная задача рассмотрена в [2], однако там не решена проблема получения полного обратного решения при наличии более одного обратного решения у операторов, не дано доказательство получения обратного решения.

Алгоритм *OBR* может быть реализован аппаратно, тогда получится обращенная вычислительная машина, которая по той же ГСА, что и прямая машина (реализующая алгоритм *PR*), вырабатывает обратные решения. ГСА может быть записана в общей памяти этих машин.

Обратные решения можно вырабатывать не все подряд, а с заранее заданными свойствами, используя информацию, заложенную в структуре и функциях алгоритма. Требует своего решения также задача оптимизации ГСА с целью сокращения затрат времени (памяти) на получение решений.

**Список литературы:** *Автоматизация* проектирования цифровых устройств / С. И. Баранов, С. А. Майоров, Ю. П. Сахаров, В. А. Селютин.— Л., 1979.— 264 с. 2. *Грис Д.* Наука программирования.— М., 1984.— 416 с.

*Поступила в редколлегию 18.02.86*

УДК 007.510.766.2

*А. И. КАНТЕМИР, В. Ю. СОКОЛОВ*

## СЕГМЕНТАЦИЯ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА

Высокая надежность в системах автоматического распознавания речи зависит в первую очередь от выбора полезных признаков: они должны быть стабильны и информативны, удобны и надежны при измерении. Характер полезных признаков обусловливает требования к точности преобразования исходного речевого сигнала и измерению его параметров. Стабильные признаки можно получить при правильной сегментации речевого сигнала. Так, период основного тона голоса

(ОТГ) — наиболее естественный сегмент, который несет всю фонетическую информацию о сигнале и служит также наиболее информативным параметром речевого сигнала при распознавании дикторов. В процессе голосообразования воздушная струя, проходя через голосовую щель, приводит голосовые связки в колебательное движение, в результате чего на выходе гортани образуются колебания воздуха, воспринимаемые ухом как звуки голоса. Голос уже на данном этапе характеризуется определенной высотой, силой и тембром. Однако последние две характеристики с прохождением звуковых колебаний через ротовую и носовую полости существенно видоизменяются в зависимости от параметров этих полостей-резонаторов. Высота звука сохраняется до конца, представляя одну из основных особенностей индивидуального голоса. Эта особенность, т. е. высота тона голоса, находится в прямой зависимости от колебания голосовых связок, которые в свою очередь зависят от их длины, толщины и натяжения. Длинные, толстые и слабо натянутые связки обеспечивают низкие по высоте звуки. Увеличение натяжения связок влечет за собой повышение высоты звука. Голосовые связки могут производить от 42 до 1708 колебаний в секунду, из этого диапазона в пении пользуются тонами от 83 до 1303 Гц. В речи высотный диапазон голоса у отдельного человека немного больше одной октавы. Диапазон мужского голоса в речи равен 90—250 Гц, женского — 160—400 Гц.

На формирование тембра голоса существенно влияют не только функционирование голосовых связок, но и размеры и форма внутренних воздушных пространств. Тембр голоса формируется уже в самой гортани — в резонаторных камерах как над истинными голосовыми связками, так и под ними. Образуя единую резонансную систему, эти две гортанные камеры осуществляют усиление одних тонов звука и затухание других. Звуковой сигнал получается путем квазипериодической модуляции выдуваемого легкими постоянного потока воздуха, осуществляющейся посредством изменения ширины щели между связками [1]. Сила поступающего воздуха раздвигает находящиеся в закрытой фазе связки, после чего в соответствии с гидродинамическим эффектом Бернулли, заключающимся в образовании отрицательного давления, а также в результате наличия упругих сил связки смыкаются. В следующих фазах процесс повторяется.

В итоге имеют место периодическое размыкание и смыкание голосовой щели. Полученные в результате описанного процесса импульсы голосового источника имеют квазитреугольную форму, повторяющуюся с частотой основного тона голоса $F_0 = 1/T_0$, где $T_0$ — период колебания, обусловленный массой и упругостью связок, а также подсвязочным давлением. Все эти показатели являются по существу индивидуальными характеристиками, что непосредственно отражается на значении $T_0$. Основной тон отличается у психически здоровых людей неустойчивостью [2]. Отсутствие модуляции голоса встречается только у психически больных людей. Имеется в виду не правильное повышение или понижение тона фонации гласного, а беспорядочное модулирование, состоящее в том, что следующие один за другим периоды не строго одинаковы по длительности. Образование основного тона, следовательно, представляет собой не стационарный, а квазистационарный процес. В связи с этим определение значений периода ОТГ связано с некоторыми трудностями, так как невозможно выявить привычную для техники периодичность. В речевом сигнале такой периодичности нет: каждый последующий период, хотя и незначительно, но отличается от предыдущего.

При решении задачи опознавания диктора по голосу, а также задач распознавания речи может быть использована информация как о всех подряд идущих периодах ОТГ (элементарных сегментах), так и о средних значениях периода ОТГ на интервале слова, слога или какого-либо исследуемого участка. Если требуется вычислить только среднее значение ОТГ ($\bar{T}_0$), то использование для этой цели формулы:

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{n}\int_1^n T_0(t)\,dt \tag{1}$$

неэффективно, так как требует предварительного вычисления всех элементарных сегментов $T_0$, а это является весьма сложной процедурой, требующей больших временных затрат ($n$ — количество периодов на анализируемом участке речи). Поэтому для определения среднего значения ОТГ воспользуемся автокорреляционным методом выделения тона [3], который позволяет учитывать характер кривой речевого сигнала $S(t)$. В качестве меры, характеризующей, насколько хорошо выбрано значение $T_0$, используем функционал

$$I(T_0) = \frac{1}{t_к - T_0}\int_{t_n}^{t_к} S(t)\ S(t+T_0)\,dt. \tag{2}$$

Здесь $t_n$ — начало исследуемого отрезка речевого сигнала, $t_к$ — конец исследуемого отрезка речевого сигнала, $\frac{1}{t_к - T_0}$ — множитель, осуществляющий нормирование функционалов, вычисленных для разных значений $\bar{T}_0$. Суть этого функционала в следующем. Произведение $S(t)\ S(t + T_0)$ будет максимальным только в том случае, когда большинство положительных полуволн сигнала $S(t)$ сравниться с соответствующими положительными полуволнами сигнала $S(t+T_0)$ и большинство отрицательных полуволн сигнала $S(t)$ сравниться с соответствующими отрицательными полуволнами сигнала $S(t+T_0)$. Таким образом, задача сводится к определению такого среднего значения $\bar{T}_0$, которое доставляет максимум функционалу $I(T_0)$:

$$\max_{T_0} I(T_0) = \max_{T_0}\left\{\frac{1}{t_к - T_0}\int_{t_n}^{t_к} S(t)\ S(t+T_0)\,dt\right\}. \tag{3}$$

Причем поиск $T_0$ ведется с учетом того, что частота основного тона голоса $F_0$ находится в диапазоне 90—400 Гц. С помощью полученных таким образом значений периодов ОТГ можно исследовать мелодическую картину слова и макровременные характеристики сигнала.

В тех случаях, когда анализу должна быть подвергнута микровременная структура сигнала, возникает необходимость в поиске всех подряд идущих периодов ОТГ. Это позволяет исследовать тонкую структуру сигнала на интервале элементарного сегмента, что упрощает процедуру моделирования индивидуальных особенностей голоса. Анализ серии опытов свидетельствует о том, что использование для поставленной цели функционала (2), переписанного в виде:

$$I(T) = \frac{1}{2T} \int_{t_{n1}}^{t_{k1}} S(t)\ S(t+T)\ dt, \tag{4}$$

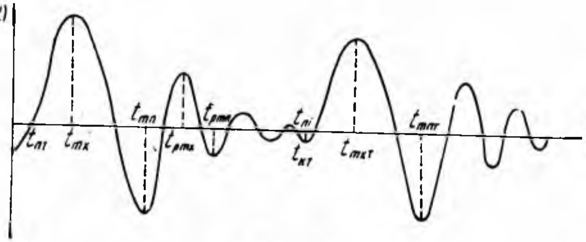



Рис. 1

не приводит к ожидаемому результату. Здесь $t_{n1}$ — начало первого периода, $t_{k1}$ — предполагаемый конец первого периода ($t_{k1} = t_{n1} + T$) (рис. 1). При рассмотрении двух соседних периодов возможны неправильные выделения периода основного тона из-за того, что речевой сигнал $S(t)$ в моменты времени $t_{pmx}$ может иметь значения, близкие к значениям в моменты времени $t_{mx}$. Для формул (2) и (3) ошибки такого рода исправлялись благодаря участию в рассмотрении многих периодов (более 10). Для правильного выделения периода в этом случае необходимо привлекать дополнительную информацию о речевом сигнале.

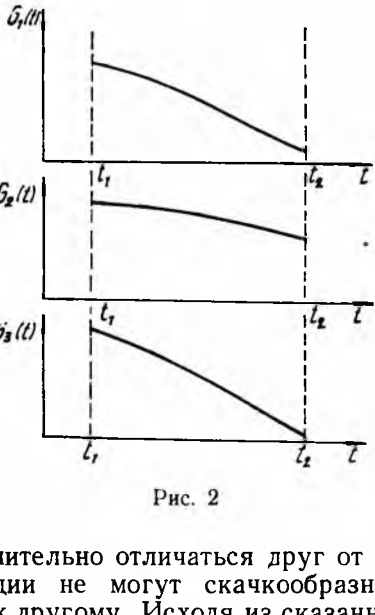



Рис. 2

Исследование речевых сигналов [4,5] показало, что участки $t_{mx} - t_{mn}$ (см. рис. 1) несут основную информацию о фонетической принадлежности звука. С другой стороны, анализ процесса речеобразования [1] позволяет предположить, что два соседних элементарных сегмента не могут значительно отличаться друг от друга из-за того, что органы артикуляции не могут скачкообразно перейти от одного своего состояния к другому. Исходя из сказанного выше, можно корректировать значения $T$, полученные с помощью формул (3), (4), сравнивая участки кривой $t_{mx} - t_{mn}$ и $t_{mxT} - t_{mnT}$. При этом полагают, что одноименные участки соседних сегментов, реализующие один и тот же звук, незначительно отличаются друг от друга. С учетом изложенного для корректировки значения $T$ будем использовать функционал:

$$J_1(T) = \int_{t_{mx}}^{t_{mn}} |S(t) - S(t + t_x)|\, dt. \quad (5)$$

Здесь $t_{mx}$ — момент времени, в который речевой сигнал принимает максимальное значение на интервале предполагаемого периода $T$; $t_{mn}$ — момент времени, в который речевой сигнал принимает минимальное значение на том же интервале, $t_{mxT}$ — момент времени, в который речевой сигнал принимает максимальное значение на интервале следующего предполагаемого периода $t_x = t_{mxT} + t_{mn} - t_{mx}$.

Таким образом, для определения одного периода основного тона голоса необходимо найти значение $T$, которое обеспечивает максимум функционалу $Y(T)$ и минимум функционалу $I_1(T)$.

$$\max_T J(T) = \max_T \left\{ \frac{1}{2T} \int_{t_{n_1}}^{t_{k_1}} S(t)\, S(t + T)\, dt \right\}; \quad (6)$$

$$\min_T J_1(T) = \min_T \left\{ \int_{t_{mx}}^{t_{n1}} |S(t) - S(t + t_x)|\, dt \right\}. \quad (7)$$

В результате ряда экспериментов, проведенных с помощью этих формул, оказалось, что существует класс кривых, для которых выражения (5,7) использовать нельзя. Поясним это на примере трех абстрактных кривых (рис. 2). Кривые $G_1(t)$ и $G_3(t)$ более похожи, чем кривые $G_1(t)$ и $G_2(t)$, но, вычислив функционал согласно формуле (5), получим $\int_{t_1}^{t_2} |G_1(t) - G_2(t)|\, dt < \int_{t_1}^{t_2} |G_1(t) - G_3(t)|\, dt$, т. е. кривые $G_1(t)$ и $G_2(t)$ более похожи, чем кривые $G_1(t)$ и $G_3(t)$. Чтобы избежать ошибки такого рода, целесообразнее за критерий оценки принять квадратичную зависимость. Тогда $\int_{t_1}^{t_2} |G_1(t) - G_2(t)|^2\, dt \gg \int_{t_1}^{t_2} |G_1(t) - G_3(t)|^2\, dt$. Следовательно, формулы (5) и (7) должны быть переписаны в виде

$$J_2(t) = \int_{t_{mx}}^{t_{mn}} |S(t) - S(t + t_x)|^2\, dt; \quad (8)$$

$$\min_T J_2(t) = \min_T \left\{ \int_{t_{mx}}^{t_{mn}} |S(t) - S(t + t_x)|^2\, dt. \quad (9)$$

К недостаткам формул (8) и (9) следует отнести их сложность для практической реализации как на программном уровне из-за того, что процесс оптимизации функционала квадратичной зависимости требует много машинного времени, так и на аппаратурном уровне.

Для сравнения формул (7) и (9) была проведена серия экспериментов, в результате которых установлено, что значения периодов ОТГ, полученные с помощью формулы (7), идентичны значениям, полученным по формуле (9). Следовательно, кривые, подобные кривым рис. 2, не встречаются в речевом сигнале, поэтому в ходе дальнейших экспериментов использовалась формула (7) как более выгодная с точки зрения практической реализации.

Время вычисления одного периода основного тона голоса при программной реализации описанного метода на ЭВМ ЕС 1050 составило 2 с, погрешность вычисления 0,5 %.

Выделенные периоды ОТГ позволяют изучать мелодику речи человека, которая отражает индивидуальные свойства речеобразующего тракта. Кроме того, появляется возможность математического описания индивидуальных особенностей голоса на уровне микровременных структур элементарного сегмента (периода ОТГ). Такое описание является удобным и компактным благодаря тому, что оно выполняется в пределах одного сегмента, а типы структур, составляющие его, стабильны, их количество конечно и они присутствуют в любом из выделенных сегментов. Все это позволяет, наряду с анализом макровременных структур речевого сигнала, осуществлять анализ микровременных отношений, которые менее имитируемы, так как, являясь результатом непроизвольных, рефлекторных действий резонансных полостей речевого аппарата, микроструктура не может быть подвергнута сознательному контролю в процессе образования речи.

**Список литературы**: 1. *Фант Г.* Акустическая теория речеобразования.— М., 1964.— 284 с. 2. *Scipture E. W.* Tne Ellements of Experimental Phonetics.— New — York — London, 1902.— 43h. 3. *А.с. 129739 по кл. 21 е, 11 о.* Устройство для определения частоты основного тона / А. А. Пирогов (СССР) — Открытия. Изобретения.— 1960.— № 13.— 42 с. 4. *О математическом* описании фонем русского языка / М. Ф. Бондаренко, А. Я. Дрюченко, А. И. Кантемир , В. Ю. Соколов — К., 1982.— 127 с. Деп. УкрНИИТТИ 17.02.82, № 3044. 5. *А. с. 1030840.* Устройство для распознавания речевых сигналов / М. Ф. Бондаренко, А. Я. Дрюченко, А. И. Кантемир, В. Ю. Соколов (СССР).— Открытия. Изобретения.— 1983.— № 27.— 96 с.

*Поступила в редколлегию 12.01.87*

СОДЕРЖАНИЕ