УДК 004.9 DOi 10.30837/ bi.2025.2(103).13

Г. А. Плєхова

ХНАДУ, м. Харків, Україна, plehovaanna11@gmail.com, ORCID iD: 0000-0002-6912-6520

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГЕБРО-ЛОГІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В УМОВАХ ІНТЕЛЕКТУАЛІЗАЦІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НЕПОВНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ

У статті розглянуто застосування алгебро-логічного моделювання в умовах інтелектуалізації прийняття рішень неповного визначення інформації. В роботі розглянута можливість зменшення обсягу обчислень в системному управлінні складною системою: обговорена процедура відбору ознак, де кількість ознак може бути зменшена. Наведено приклад використання математичного апарату теорії інтелекту, методу компараторної ідентифікації та інструментарію алгебри скінченних предикатів, який полягає у побудові моделі ідентифікації медично-діагностичних параметрів у вигляді системи предикатних рівнянь, при розв'язанні яких маємо інтерпретацію медичних знань у певній області.

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, МОДЕЛЮВАННЯ, ОЗНАКА, ПРЕДИКАТ, КВАНТОР, СКРИНІНГ

G. A. Pliekhova. Application of algebraic-logical modeling in conditions of intellectualization of decision-making with incomplete information definition. The article considers the application of algebraic-logical modeling in the conditions of intellectualization of decision-making of incomplete information definition. The paper considers the possibility of reducing the volume of calculations in the system management of a complex system: the procedure for feature selection is discussed, where the number of features can be reduced. An example of using the mathematical apparatus of the theory of intelligence, the method of comparative identification, and the tools of finite predicate algebra is given, which consists in building a model for identifying medical diagnostic parameters in the form of a system of predicate equations, when solving which we have an interpretation of medical knowledge in a certain area.

DECISION MAKING, MODELING, SIGN, PREDICATE, QUANTIFIER, SCREENING

Вступ

Реалії сьогодення свідчать про необхідність створення складних систем стійких до впливу негативних (агресивних) факторів зовнішнього середовища. Особливу важливу роль відіграють інфокомунікаційні мережеві системи (ІМС), які забезпечують передачу, розподілену обробку інформації для прийняття відповідальних рішень по управлінню економікою країни та плануванню оборонних дій.

Метою дослідження є створення методологічних основ розробки іфокомунікаційної мережевої системи стійкої до впливу деструктивних факторів зовнішнього середовища.

В усіх галузях, які працюють з базами знань, використовуються інформаційні технології та виробляють або споживають дані. Якість цих даних має вирішальне значення для ефективності процесів підтримки прийняття рішень. Актуальними напрямками розвитку ІТ є: інтерпретація знань, їх вилучення з різних джерел, інтелектуальна обробка даних, формування якісної для прийняття відповідних управляючих рішень. Інформаційний скринінг представляє з себе процес розподіленої семантичної обробки слабоструктурованих, неповних, неоднозначних даних з метою проведення аналізу ознак і виявлення закономірностей та невідповідностей [1].

1. Зменшення обсягу обчислень в системному управлінні складною системою

Розглянемо процедуру відбору ознак, де кількість ознак може бути зменшена. Тут ми можемо зіткнутися з наступними проблемами.

1. Нам може знадобитися знайти деякі набори значень ознак, які нас цікавлять, де є принаймні одне значення несуттєвих ознак, для яких існує принаймні один набір значень суттєвих ознак. У цьому випадку ми застосовуємо квантор існування до множини несуттєвих значень.

2. Нам може знадобитися знайти деякі набори значень ознак, де для будь-якого набору несуттєвих ознак існує принаймні один розв'язок рівняння. У цьому випадку ми застосовуємо універсальний квантор до несуттєвих змінних.

3. Нам може знадобитися знайти деякі набори значень ознак, які задовольняють рівнянню за умови, що несуттєві ознаки набувають певних конкретних значень.

Нехай предикат P залежить від змінних $x, y, \ldots, z$. Визначимо оператор підстановки $a(P)$ (a а належить області визначення змінної x), який діє на предикат P наступним чином:

$$a(P(x, y, \ldots, z) = P(a, y, \ldots, z) .$$

Будемо називати оператор підстановки обмежувальним, якщо виконується наступна умова

$$(a, y, \ldots, z) \rightarrow P(x, y, \ldots, z)$$

для всіх $x, y, \ldots, z$.

Визначимо дистрибутив оператора заміщення, якщо умова виконується

$$P(a, y, \ldots, z) \leftarrow P(x, y, \ldots, z)$$

для всіх $x, y, \ldots, z$.

Інтерпретуючи знання, представлені цією імплікацією, можна сказати, що оператори заміщення посилюють логічний зв'язок між дискретними ознаками, а оператори розподільчої підстановки послаблюють цей зв'язок, зсуваючи відношення між ознаками довільним чином.

Розглянемо предикат P наступним чином:

$$P(x,y,\ldots,z) = x^{a_1}P_1(y,\ldots,z) \vee x^{a_2}P_2(y,\ldots,z) \vee \ldots$$
$$\vee x^{a_n}P_n(y,\ldots,z).$$

Тоді:

$$a_1(P) = P_1(y,\ldots,z) = x^{a_1}P_1(y,\ldots,z) \vee x^{a_2}P_1(y,\ldots,z) \vee \ldots$$
$$\vee x^{a_n}P_1(y,\ldots,z).$$

Очевидно, що предикат $a_1(P)$ буде скорочуватись, якщо $P_1 \to P_i \forall i = 1,2,\ldots,n$.

Оператор $a_1(P)$ буде розподіляти, якщо

$$P_1 \leftarrow P_i \forall i = 1,2,\ldots,n.$$

Розглянемо приклади застосування оператора a_1 до предиката $P(x,y)$, де змінні x,y та z мають області визначення $\{a_1,a_2\}$, $\{b_1,b_2\}$ і $\{c_1,c_2\}$ відповідно.

Нехай

$$P = x^{a_1}y^{b_1}z^{c_1} \vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_2} \vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_1}.$$

Тоді:

$$a_1(P) = y^{b_1}z^{c_1} = \left(x^{a_1} \vee x^{a_2}\right) \& \, y^{b_1}z^{c_1} =$$
$$= x^{a_1}y^{b_1}z^{c_1} \vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_1}.$$

За винятком диз'юнктів, які містить предикат $a_1(P)$, він містить ще один диз'юнкт $x^{a_2}y^{b_1}c^{c_1}$, тобто оператор a_1 є обмежуючим для предиката P. Згідно з введеними означеннями, у наведеному прикладі $P_1 = y^{b_1}z^{c_1}$, $P_2 = y^{b_1}z^{c_2} \vee y^{b_1}z_1^{c_1}$. Звідси очевидно, що $P_1 \to P_2$. Розглянемо тепер предикат:

$$P = x^{a_1}y^{b_1}z^{c_1} \vee x^{a_1}y^{b_1}z^{c_2} \vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_1},$$
$$a_1(P) = y^{b_1}z^{c_1} \vee y^{b_1}z^{c_2} = \left(x^{a_1} \vee x^{a_2}\right)\&$$
$$\&\left(y^{b_1}z^{c_1} \vee y^{b_1}z^{c_2}\right) = x^{a_1}y_1b_1c_1 \vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_2} \vee$$
$$\vee x^{a_2}y^{b_1}z^{c_1} \vee xx^{a_2}b_1b^{c_2}.$$

Оператор a_1 для цього предиката, очевидно, є розподільчим. У цьому прикладі:

$$P_1 = y^{b_1}z^{c_1} \vee y^{b_1}z^{c_2}, \; P_2 = y^{b_1}z^{c_2}, \text{ тобто } P_1 \leftarrow P_2.$$

Для того, щоб відповісти на друге питання, необхідно виключити з вихідного рівняння всі змінні, крім розглянутих, і дослідити отримане рівняння з меншою кількістю змінних, що описує всі допустимі набори значень ознак. У роботі [2] розглянуто досить широкий клас предикатів, для яких можна вказати ефективний алгоритм виключення змінних без збільшення розміру вихідної формули. Тут ми розширюємо цей клас, додаючи деякі додаткові властивості. Розглянемо наступні властивості квантора існування:

1. $\exists x x^a = 1$.
2. $\exists x \neg x^a = 1$.
3. $\exists x\left(\neg\left(P(x)Q(x)\right)\right) = \exists x \neg P(x) \vee \exists x \neg Q(x)$.
4. $\exists x\left(P(x) \vee Q(x)\right) = \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.
5. $\exists x(P(x) \& Q(y) = \exists x P(x) \& Q(y)$.
6. $\exists y\left(P(x) \to Q(y)\right) = P(x) \to \exists y Q(y)$.
7. $\exists y\left(P(x) \to Q(y)\right) = P(x) \to \exists y Q(y)$.
8. Припустимо. $P_i(x) \& P_j(x) = 0, i \neq j,\ i,j = 1,2,\ldots,k$. Припустимо:

$$\exists y\Big(\left(P_1(x) \to Q_1(y)\right) \& \left(P_2(x) \to Q_2(y)\right) \& \ldots$$
$$\& \left(P_k(x) \to Q_k(y)\right)\Big) = \left(P_1(x) \to \exists y Q_1(y)\right) \&$$
$$\& \left(P_2(x) \to \exists y Q_2(y)\right) \& \ldots \& \left(P_k(x) \to \exists y Q_k(y)\right).$$

9. Якщо тотожність $P_i(x) \equiv 0$ не є істинною для будь-якої $i = 1,2,\ldots,k$ і $P_i(x) \& P_j(x) = 0, i \neq j$, $i,j = 1,2,\ldots,k$, то

$$\exists x\Big(\left(P_1(x) \to Q_1(y)\right) \& \left(P_2(x) \to Q_2(y)\right) \& \ldots$$
$$\& \left(P_k(x) \to Q_k(y)\right)\Big) = Q_1(y) \vee Q_2(y) \vee \ldots \vee Q_k(y).$$

Перелічені вище властивості дозволяють описати широкий клас скінченних предикатів (відповідно до рівнянь), визначених на множині змінних $\{x,y,\ldots,z\}$, для яких легко знайти зв'язки між вибраними змінними без збільшення розміру вихідних формул. Означимо такий клас рекурсивно.

1. Всі «розпізнавання» $x^a, x^b, \ldots, x^c$ ($a,b,\ldots,c$ – символи, що належать домену для змінної x) належать до Δ_x.
2. Всі заперечення $\neg x^a, \neg x^b, \ldots, \neg x^c$ належать Δ_x.
3. Якщо предикати $\neg P(x), \neg Q(x)$ належать до Δ_x, то предикат $\neg\left(P(x)Q(x)\right)$ належить до Δ_x.
4. Будь-який предикат, що не залежить від змінної x, належить множині Δ_x.
5. Якщо предикати P_1 та P_2 належать до Δ_x, то предикат $P = P_1 \vee P_2$ належить до Δ_x.
6. Якщо предикат P_1 належить до Δ_x і предикат P_2 не залежить від x, то предикат $P = P_1 \& P_2$ належить до Δ_x.
7. Якщо предикат P_1 не залежить від x і предикат P_2 належить до Δ_x, то предикат $P = P_1 \to P_2$ належить до Δ_x.
8. Нехай предикати $P_1, P_2, \ldots, P_k$ не залежать від x; $P_i \& P_j = 0$ для $i \neq j,\ i,j = 1,2,\ldots,k$, предикати $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$ належать до Δ_x; то:

$$P = \left(P_1 \to Q_1\right) \& \left(P_2 \to Q_2\right) \& \ldots \& \left(P_k \to Q_k\right)$$

належить Δ_x.

9. Якщо предикати $P_1, P_2, \ldots, P_k$ залежать тільки від x, $P_i \& P_j = 0$ для $i \neq j,\ i,j = 1,2,\ldots,k$; для будь-якого $i = 1,2,\ldots,k$ тотожність $P_i \equiv 0$ не є істинною; предикати $Q_1, Q_2, \ldots, Q_k$ не залежать від x; тоді предикат

$$P = \left(P_1 \to Q_1\right) \& \left(P_2 \to Q_2\right) \& \ldots \& \left(P_k \to Q_k\right)$$

належить Δ_x.

Також може виникнути потреба виключити зайві змінні за допомогою універсального квантора. У цьому випадку ми можемо скористатися наступними властивостями цього квантора:

1. $\forall x x^a = 0$.
2. $\forall x \neg x^a = 0$.
3. $\forall x \neg\left(P(x) \vee Q(x)\right) = \forall x \neg P(x) \& \forall x \neg Q(x)$.

4. $\forall x\left(P(x)\,\&\,Q(x)\right)=\forall xP(x)\,\&\,\forall xQ(x)$.

5. $\forall x(P(x)\vee Q(y)=\forall xP(x)\vee Q(y)$.

6. $\forall y\left(P(x)\,\&\,Q(y)\right)=P(x)\,\&\,\forall yQ(y)$.

7. Припустимо, що:

$$P_i(x)\,\&\,P_j(x)=0,\ i\neq j, i, j=1,2,\ldots,k,$$

тоді:

$$\forall y\left(\left(P_1(x)\,\&\,Q_1(y)\right)\vee\left(P_2(x)\,\&\,Q_2(y)\right)\vee\ldots\right.$$
$$\left.\vee\left(P_k(x)\,\&\,Q_k(y)\right)\right)=\left(P_1(x)\,\&\,\forall yQ_1(y)\right)\vee$$
$$\vee\left(P_2(x)\,\&\,\forall yQ_2(y)\right)\vee\ldots\vee\left(P_k(x)\,\&\,\forall yQ_k(y)\right).$$

8. Якщо ідентичність $P_i(x)\equiv 0$ не є істинною для будь-якої $i=1,2,\ldots,k$ і $P_i(x)\,\&\,P_j(x)=0$ для $i\neq j$, $i, j=1,2,\ldots,k$, то

$$\forall x\left(\left(P_1(x)\,\&\,Q_1(y)\right)\vee\left(P_2(x)\,\&\,Q_2(y)\right)\vee\ldots\right.$$
$$\left.\vee\left(P_k(x)\,\&\,Q_k(y)\right)\right)=Q_1(y)\,\&\,Q_2(y)\,\&\ldots\&\,Q_k(y).$$

Ми можемо рекурсивно визначити клас предикатів Σ_x, з якого можна виключити змінну x без збільшення розміру формули:

1. Всі «впізнавання» $x^a, x^b,\ldots,x^c$ належать Σ_x.

2. Всі заперечення $\neg x^a,\neg x^b,\ldots,\neg x^c$, які не залежать від x, належать Σ_x.

3. Якщо $\neg P_1$ і $\neg P_2$ належать до Σ_x, то $\neg(P_1\vee P_2)$ належить до Σ_x.

4. Якщо предикати P_1 та P_2 належать до Σ_x, то предикат $P=P_1\,\&\,P_2$ належить до Σ_x.

5. Якщо предикат P_1 належить до $\int_x$ і предикат P_2 не залежить від x, то предикат $P=P_1\vee P_2$ належить до Σ_x.

6. Якщо предикат P_1 не залежить від x і предикат P_2 належить до Σ_x, то предикат $P=P_1\,\&\,P_2$ належить до Σ_x.

7. Припустимо, що предикати $P_1,P_2,\ldots,P_k$ не залежать від x, $P_i\,\&\,P_j=0$ для $i\neq j$, $i,j=1,2,\ldots,k$; предикати $Q_1,Q_2,\ldots,Q_k$ належать до Σ_x, тоді

$$P=\left(P_1\,\&\,Q_1\right)\vee\left(P_2\,\&\,Q_2\right)\vee\ldots\vee\left(P_k\,\&\,Q_k\right)$$

належить Σ_x.

8. Якщо предикати $P_1,P_2,\ldots,P_k$ залежать тільки від x, $P_i\,\&\,P_j=0$ для $i\neq j$, $i,j=1,2,\ldots,k$; для будь-якого $i,j=1,2,\ldots,k$ тотожність $P_i\equiv 0$ не є істинною, предикати $Q_1,Q_2,\ldots,Q_k$ не залежать від x, тоді предикат $P=\left(P_1\,\&\,Q_1\right)\vee\left(P_2\,\&\,Q_2\right)\vee\ldots\vee\left(P_k\,\&\,Q_k\right)$ належить множині Σ_x.

Приклад використання цього методу показаний у наступному розділі на матеріалі інформаційного скринінгу медичної документації.

2. Приклад застосування алгебро-логічного моделювання для в умовах інтелектуалізації прийняття рішень неповного визначення інформації

Розглянемо задачу розподіленого аналізу певної медичної документації, за допомогою інфокомунікаційної мережі, а саме даних, які зберігаються в медичних картках пацієнтів. Такі дані, в цілому, характеризуються такими особливостями: неповнота, застарілість, суперечливість та ін. Така ситуація призводить до наявності більш одного тлумачення, тобто до неоднозначності інформації. Використання результатів розподіленої обробки неоднозначної інформації з використанням інформаційної мережі показав, що, інформація, яка міститься в медичній документації, при низькій якості даних є причиною невірних управлінських і медичних рішень. У зв'язку з цим актуальним є впровадження моделей і методів обробки медичних даних, що дозволяють підвищити якість інформації для прийняття рішень, а саме: підвищити повноту даних шляхом видобування додаткової інформації, підвищити точність даних за рахунок використання лише актуальної інформації, вилучити суперечливу інформацію, сформувати релевантну сукупність даних.

Методи досліджень для такого типу задач ґрунтуються на використанні дистанційній, розподіленій обробки даних з використанням методів системного аналізу, теорії прийняття рішень, методів інтелектуального аналізу даних, методів теорії інтелекту. А саме: алгебро-логічний метод моделювання, метод компараторної ідентифікації був використаний для розподіленої інтелектуальної обробці даних з медичної карти пацієнта для інформаційного скринінгу медичної документації; математичний апарат методів оптимізації використовується при вирішенні задачі планування лікувально-профілактичних заходів на основі технології інформаційного скринінгу медичної документації; сервісно-орієнтований підхід використовувався для розробки інструментальних засобів вирішення задач дослідження.

У роботах [1, 3] запропоновано і розроблено метод інформаційного скринінгу медичної документації. Запропоновано також використання методу компараторної ідентифікації для вирішення задачі інформаційного скринінгу медичної документації. Розроблено модель ідентифікації медично-діагностичних параметрів.

Так, наприклад, для підвищення якості інформації для прийняття медичних рішень сформульовано й обґрунтовано метод інформаційного скринінгу, який складається з використання сукупності моделей передачі та розподіленої обробки даних з використанням інформаційної мережі (рис. 1).

Для вирішення задачі розподіленого інформаційного скринінгу певної медичної документації (наприклад, медичних карток, які заповнюються сімейним лікарем), в якості методу моделювання предметних знань запропоновано використання алгебро-логічного методу моделювання системи ознак, який базується на алгебрі скінченних предикатів. Загальна схема використання запропонованого методу полягає в наступному: на основі інформації з медичних карток та інших джерел медичної інформації, яка передається в інфокомунікаційних мережах, формується множина ознак, яка моделюється предикатними рівняннями. У залежності від того, які результати потрібно отримати, реакції предикатів піддаються семантичній обробці та групуються в набір агрегованих ознак, які в подальшому є основою для прийняття медичних рішень (рис. 1).

Рис. 1. Метод розподіленого інформаційного скринінгу медичної документації з використанням інформаційної мережі

Однією з головних умов застосування методу компараторної ідентифікації – це дискретність, скінченність і детермінованість об'єктів предметного простору. В даному випадку предметний простір U є декартовим добутком множини об'єктів з предметної області $U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$: медичних даних, карток пацієнтів, даних клінічного моніторингу тощо. За допомогою предиката $P(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ описується будь-яке відношення, яке задане на предметному просторі $U = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$. На мові алгебри скінченних предикатів, цей предикат формалізується за допомогою предикату впізнавання, а також базисних операцій кон'юнкції і диз'юнкції. Предикат впізнавання моделює здатність людини однозначно віднести об'єкт, що розглядається, до одного з двох класів. Предикат дорівнює 1 при впізнанні об'єкту та 0 – в іншому випадку. Введені предикатні змінні зв'язуються логічними рівняннями, спільний розв'язок яких дає віднесення елементів множини розглянутих об'єктів до певного класу, тобто визначення групи ризику пацієнта щодо наявності певних захворювань.

План експерименту пропонується такий. Ми використовуємо реальні медичні дані і кодуємо їх за допомогою предикатних рівнянь. Зауважимо, що хоча деякі змінні можуть набувати значень «невідомо», це все ж таки випадок закритого світу, оскільки «невідомо» означає лише значення з алфавіту, на якому визначена змінна. Кожна область для будь-якої змінної є замкненою. Після того, як ми написали систему рівнянь за допомогою експертів, ми починаємо видаляти змінні, які вважаємо несуттєвими в даний момент. Це не означає, що в інших випадках інші змінні будуть вважатися несуттєвими. Важливі змінні – це ті, для яких ми хочемо визначити логічні зв'язки На виході ми отримуємо рівняння, з якого видалено несуттєві змінні. Отримане рівняння є простішим, ніж вихідна система, і можна простіше проаналізувати зв'язки між суттєвими змінними.

Якщо розглядати розподілений інформаційний скринінг медичних даних для оцінки розвитку та профілактики захворювань серця і судин [4], то можна виділити набір ознак для формалізації скринінгових процедур. Розглянемо такі ознаки та їх значення:

Стать: $X_1 = \{x_1^1, x_1^2\}$, де x_1^1 означає жінка, x_1^2 означає чоловік.

Вік: $X_2 = \{x_2^1, x_2^2, x_2^3\}$, де x_2^1 менше 40 років, x_2^2 від 40 до 50 років, x_2^3 більше 50 років.

Цукровий діабет: $X_3 = \{x_3^1, x_3^2, x_3^3, x_3^4\}$, де x_3^1 – так, x_3^2 – ні (фактичний діагноз), x_3^3 – ні (діагноз не встановлений), x_3^4 – невідомо.

Артеріальна гіпертензія: $X_4 = \{x_4^1, x_4^2, x_4^3, x_4^4\}$, де x_4^1 – так, x_4^2 – ні (фактичний діагноз), x_4^3 – ні (діагноз не встановлений), x_4^4 – невідомо.

Проблеми з нирками: $X_5 = \{x_5^1, x_5^2, x_5^3\}$, де x_5^1 – так, x_5^2 – ні, x_5^3 – невідомо.

Тахікардія: $X_6 = \{x_6^1, x_6^2, x_6^3, x_6^4, x_6^5\}$, де x_6^1 – так (фактичний діагноз), x_6^2 – так (діагноз не встановлений), x_6^3 – ні (справжній діагноз), x_6^4 – ні (діагноз не встановлений), x_6^5 – невідомо.

Спадковість щодо захворювань серця та судин: $X_7 = \{x_7^1, x_7^2, x_7^3\}$, де x_7^1 – так, x_7^2 – ні, x_7^3 – невідомо.

Куріння: $X_8 = \{x_8^1, x_8^2, x_8^3\}$, де x_8^1 – так, x_8^2 – ні, x_8^3 – невідомо.

Проблеми з алкоголем: $X_9 = \{x_9^1, x_9^2, x_9^3\}$, де x_9^1 – так, x_9^2 – ні, x_9^3 – невідомо.

Гіподинамія: $X_{10} = \{x_{10}^1, x_{10}^2, x_{10}^3\}$, де x_{10}^1 – так, x_{10}^2 – ні, x_{10}^3 – невідомо.

Ці особливості дозволяють розробити модель ідентифікації діагностичних параметрів, за допомогою якої можна визначити групу здоров'я пацієнта $R = \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$, де r_1 – низький ризик захворювань серця та судин, r_2 – помірний ризик, r_3 – високий ризик, r_4 – дуже високий ризик.

Для визначення групи здоров'я використовується набір агрегованих ознак Q_1 – Q_3 , де Q_1 виражається через X_1 та X_2 , Q_2 виражається через X_7 – X_{10} , Q_3 виражається через X_3 – X_6 .

Значення кожної групи здоров'я та кожної агрегованої ознаки розподілено на чотири класи згідно з відповідною медико-технологічною документацією (уніфікованим клінічним протоколом та локальними протоколами, що стосуються профілактики хвороб серця і судин).

Система рівнянь для формування, наприклад, ознаки Q_2 має вигляд:

$$\begin{cases} q_2^1 = x_7^2 x_8^2 (x_9^2 \vee x_9^3 (x_{10}^2 \vee x_{10}^3)) \vee x_7^2 x_8^3 x_9^2 x_{10}^2 \vee \\ \quad \vee x_7^3 x_8^2 x_{10}^2 (x_9^2 \vee x_9^3), \\ q_2^2 = x_7^2 (x_8^1 (x_9^1 x_{10}^2 \vee x_9^2) \vee x_9^3 (x_8^1 x_{10}^2 \vee x_8^2 x_{10}^1)) \vee \\ \quad \vee (x_7^2 (x_8^2 x_9^1 \vee x_8^3 x_9^2) \vee (x_7^2 x_9^3 \vee x_7^3 x_9^1) x_8^3 x_{10}^2 \vee \\ \quad \vee (x_7^2 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^2) x_9^1 (x_{10}^2 \vee x_{10}^3) \vee \\ \quad \vee x_7^3 x_8^2 (x_9^2 \vee x_9^3))(x_{10}^1 \vee x_{10}^3) \vee \\ \quad \vee x_7^3 x_8^1 (x_9^2 x_{10}^2 \vee x_9^3) \vee x_7^3 x_8^3 x_9^2 (x_{10}^1 \vee x_{10}^2), \\ q_2^3 = x_7^1 x_{10}^2 (x_8^1 x_9^2 \vee x_8^2 (x_9^1 \vee x_9^2)) \vee \\ \quad \vee (x_7^1 x_9^3 (x_8^1 \vee x_8^2) \vee (x_7^1 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^1) x_9^1)(x_{10}^2 \vee x_{10}^3) \vee \\ \quad \vee x_7^1 x_8^3 (x_9^2 \vee x_9^3) \vee (x_7^2 (x_8^1 (x_9^1 \vee x_9^3) \vee x_8^3 x_9^3) \vee \\ \quad \vee (x_7^2 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^2) x_9^1 x_{10}^1 \vee \\ \quad \vee x_7^3 (x_8^1 x_9^2 \vee x_8^3 x_9^1))(x_{10}^1 \vee x_{10}^3) \vee x_7^3 x_8^3 (x_9^2 x_{10}^3 \vee x_9^3), \\ q_2^4 = x_7^1 x_9^3 x_{10}^1 (x_8^1 \vee x_8^2) \vee (x_7^1 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^1) x_9^1 x_{10}^1 \vee \\ \quad \vee (x_7^1 x_8^2 x_9^1 \vee x_7^1 x_9^2 (x_8^1 \vee x_8^2))(x_{10}^1 \vee x_{10}^3) \vee x_7^1 x_8^1 x_9^1. \end{cases}$$

Модель ідентифікації медично-діагностичних параметрів на прикладі визначення класу ризику представлено у вигляді системи предикатних рівнянь:

$$\begin{cases} r_1 = q_1^1 q_2^1 (q_3^1 \vee q_3^2) \vee (q_1^1 q_2^2 \vee (q_1^2 \vee q_1^3) q_2^1) q_3^1, \\ r_2 = q_1^1 (q_2^1 q_3^3 \vee q_2^2 q_3^2) \vee (q_1^1 (q_2^3 \vee q_2^4) \vee q_1^2 (q_2^2 \vee q_2^3) \vee \\ \quad \vee q_1^3 q_2^2 \vee q_1^4 (q_2^1 \vee q_2^2))(q_3^1 \vee q_3^2) \vee \\ \quad \vee (q_1^2 \vee q_1^3) q_2^1 (q_3^2 \vee q_3^3) \vee (q_1^2 q_2^4 \vee (q_1^3 \vee q_1^4) q_2^3) q_3^1, \\ r_3 = q_2^1 q_3^4 \vee (q_1^1 \vee q_1^2 \vee q_1^3)(q_2^2 \vee q_2^3)(q_3^3 \vee q_3^4) \vee \\ \quad \vee q_1^3 q_3^2 (q_2^3 \vee q_2^4) \vee (q_1^3 \vee q_1^4) q_2^4 q_3^1 \vee \\ \quad \vee (q_1^1 q_2^4 \vee q_1^4 (q_2^1 \vee q_2^2)) q_3^3 \vee (q_1^2 q_2^4 \vee q_1^4 q_2^3)(q_3^2 \vee q_3^3), \\ r_4 = (q_1^1 \vee q_1^2) q_2^4 q_3^4 \vee q_1^3 q_2^4 (q_3^3 \vee q_3^4) \vee q_1^4 q_3^4 (q_2^2 \vee q_2^3) \vee \\ \quad \vee q_1^4 q_2^4 (q_3^2 \vee q_3^3 \vee q_3^4). \end{cases}$$

Остаточна класифікація може бути виражена наступною системою:

$$\begin{cases} r_1 = q_1^1 q_2^1 \left(q_3^1 \vee q_3^2\right) \vee \left(q_1^1 q_2^2 \vee \left(q_1^2 \vee q_1^3\right) q_2^1\right) q_3^1, \\ r_2 = q_1^1 \left(q_2^1 q_3^3 \vee q_2^2 q_3^2\right) \vee \left(q_1^1 \left(q_2^3 \vee q_2^4\right) \vee q_1^2 \left(q_2^2 \vee q_2^3\right) \vee q_1^3 q_2^2 \vee q_1^4 \left(q_2^1 \vee q_2^2\right)\right)\left(q_3^1 \vee q_3^2\right) \vee \\ \quad \vee \left(q_1^2 \vee q_1^3\right) q_2^1 \left(q_3^2 \vee q_3^3\right) \vee \left(q_1^2 q_2^4 \vee \left(q_1^3 \vee q_1^4\right) q_2^3\right) q_3^1, \\ r_3 = q_2^1 q_3^4 \vee \left(q_1^1 \vee q_1^2 \vee q_1^3\right)\left(q_2^2 \vee q_2^3\right)\left(q_3^3 \vee q_3^4\right) \vee q_1^3 q_3^2 \left(q_2^3 \vee q_2^4\right) \vee \left(q_1^3 \vee q_1^4\right) q_2^4 q_3^1 \vee \\ \quad \vee \left(q_1^1 q_2^4 \vee q_1^4 \left(q_2^1 \vee q_2^2\right)\right) q_3^3 \vee \left(q_1^2 q_2^4 \vee q_1^4 q_2^3\right)\left(q_3^2 \vee q_3^3\right), \\ r_4 = \left(q_1^1 \vee q_1^2\right) q_2^4 q_3^4 \vee q_1^3 q_2^4 \left(q_3^3 \vee q_3^4\right) \vee q_1^4 q_3^4 \left(q_2^2 \vee q_2^3\right) \vee q_1^4 q_2^4 \left(q_3^2 \vee q_3^3 \vee q_3^4\right). \end{cases}$$

Дослідимо логічні зв'язки між дискретними ознаками $x_1 - x_{10}$. Перш за все, перепишемо систему предикатних рівнянь у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} & P\left(q_2, x_1, \ldots, x_{10}\right) = q_2^1 \left(x_7^2 x_8^2 \left(x_9^2 \vee x_9^3 \left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right)\right) \vee x_7^2 x_8^3 x_9^2 x_{10}^2 \vee x_7^3 x_8^2 x_{10}^2 \left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\right) \vee \\ & \vee q_2^2 (x_7^2 \left(x_8^1 \left(x_9^1 x_{10}^2 \vee x_9^2\right) \vee x_9^3 \left(x_8^1 x_{10}^2 \vee x_8^2 x_{10}^1\right)\right) \vee \left(x_7^2 \left(x_8^2 x_9^1 \vee x_8^3 x_9^2\right) \vee \left(x_7^2 x_9^3 \vee x_7^3 x_9^1\right) x_8^3 x_{10}^2 \vee \right. \\ & \vee \left(x_7^2 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^2\right) x_9^1 \left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee x_7^3 x_8^2 \left.\left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\right)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee x_7^3 x_8^1 \left(x_9^2 x_{10}^2 \vee x_9^3\right) \vee \\ & \vee x_7^3 x_8^3 x_9^2 \left(x_{10}^1 \vee x_{10}^2\right)) \vee q_2^3 (x_7^1 x_{10}^2 \left(x_8^1 x_9^2 \vee x_8^2 \left(x_9^1 \vee x_9^2\right)\right) \vee \left(x_7^1 x_9^3 \left(x_8^1 \vee x_8^2\right) \vee \left(x_7^1 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^1\right) x_9^1\right)\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee \\ & \vee x_7^1 x_8^3 \left(x_9^2 \vee x_9^3\right) \vee \left(x_7^2 \left(x_8^1 \left(x_9^1 \vee x_9^3\right) \vee x_8^3 x_9^3\right) \vee \left(x_7^2 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^2\right) x_9^1 x_{10}^1 \vee \right. \\ & \vee x_7^3 \left.\left(x_8^1 x_9^2 \vee x_8^3 x_9^1\right)\right)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee x_7^3 x_8^3 \left(x_9^2 x_{10}^3 \vee x_9^3\right)) \vee \\ & \vee q_2^4 \left(x_7^1 x_9^3 x_{10}^1 \left(x_8^1 \vee x_8^2\right) \vee \left(x_7^1 x_8^3 \vee x_7^3 x_8^1\right) x_9^1 x_{10}^1 \vee \left(x_7^1 x_8^2 x_9^1 \vee x_7^1 x_9^2 \left(x_8^1 \vee x_8^2\right)\right)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee x_7^1 x_8^1 x_9^1\right) = 1. \end{aligned}$$

Видно, що цей предикат належить до класу Δ_{x7}. Дослідимо зв'язок між усіма змінними, крім x_7. Таке виключення дасть нам зв'язок між змінними $q_2, x_1, \ldots, x_6, x_8, x_9, x_{10}$:

$$\begin{aligned}
&F = \exists x_7 P\left(q_2, x_1, \ldots, x_{10}\right) = q_2^1\left(x_8^2\left(x_9^2 \vee x_9^3\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right)\right) \vee x_8^3 x_9^2 x_{10}^2 \vee x_8^2 x_{10}^2\left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\right) \vee \\
&\vee q_2^2\left(x_8^1\left(x_9^1 x_{10}^2 \vee x_9^2\right) \vee x_9^3\left(x_8^1 x_{10}^2 \vee x_8^2 x_{10}^1\right)\right) \vee \left(\left(x_8^2 x_9^1 \vee x_8^3 x_9^2\right) \vee \left(x_9^3 \vee x_9^1\right) x_8^3 x_{10}^2 \vee \right. \\
&\vee \left(x_8^3 \vee x_8^2\right) x_9^1\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee x_8^2\left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\Big)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee x_8^1\left(x_9^2 x_{10}^2 \vee x_9^3\right) \vee x_8^3 x_9^2\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^2\right)) \vee \\
&\vee q_2^3 (x_{10}^2\left(x_8^1 x_9^2 \vee x_8^2\left(x_9^1 \vee x_9^2\right)\right) \vee \left(x_9^3\left(x_8^1 \vee x_8^2\right) \vee \left(x_8^3 \vee x_7^3 x_8^1\right) x_9^1\right)\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee \\
&\vee x_8^3\left(x_9^2 \vee x_9^3\right) \vee \left(\left(x_8^1\left(x_9^1 \vee x_9^3\right) \vee x_8^3 x_9^3\right) \vee \left(x_8^3 \vee x_8^2\right) x_9^1 x_{10}^1 \vee \left(x_8^1 x_9^2 \vee x_8^3 x_9^1\right)\right)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee x_8^3\left(x_9^2 x_{10}^3 \vee x_9^3\right)) \vee \\
&\vee q_2^4 (x_9^3 x_{10}^1 (x_8^1 \vee x_8^2) \vee (x_8^3 \vee x_8^1) x_9^1 x_{10}^1 \vee (x_8^2 x_9^1 \vee x_9^2 (x_8^1 \vee x_8^2))(x_{10}^1 \vee x_{10}^3) \vee x_8^1 x_9^1) = 1.
\end{aligned}$$

Слід зазначити, що розмір вихідної формули не збільшився, що пояснюється тим, що предикат $P\left(q_2, x_1, \ldots, x_{10}\right)$ належить до Δ_{x7}.

Припустимо, нас цікавить зв'язок між q_2, x_9, x_{10}. Вилучимо з предиката інші ознаки $F\left(x_1, \ldots, x_{10}\right)$:

$$\begin{aligned}
&G\left(q_2, x_9, x_{10}\right) = \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \exists x_4 \exists x_5 \exists x_6 \exists x_7 \exists x_8 P\left(q_2, x_1, \ldots, x_{10}\right) = q_2^1\left(\left(x_9^2 \vee x_9^3\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right)\right) \vee x_9^2 x_{10}^2 \vee x_{10}^2\left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\right) \vee \\
&\vee q_2^2\left(\left(x_9^1 x_{10}^2 \vee x_9^2\right) \vee x_9^3\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^1\right)\right) \vee \left(\left(x_9^1 \vee x_9^2\right) \vee \left(x_9^3 \vee x_9^1\right) x_{10}^2 \vee x_9^1\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee \left(x_9^2 \vee x_9^3\right)\right)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee \left(x_9^2 x_{10}^2 \vee x_9^3\right) \vee \\
&\vee x_9^2\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^2\right)) \vee q_2^3 (x_{10}^2\left(x_9^1 \vee x_9^2\right) \vee x_9^3\left(x_{10}^2 \vee x_{10}^3\right) \vee \left(x_9^2 \vee x_9^3\right) \vee \left(\left(x_9^1 \vee x_9^3\right) \vee x_9^1 x_{10}^1 \vee \right. \\
&\vee \left(x_9^2 \vee x_9^1\right)\Big)\left(x_{10}^1 \vee x_{10}^3\right) \vee \left(x_9^2 x_{10}^3 \vee x_9^3\right)) \vee q_2^4 (x_9^3 x_{10}^1 \vee x_9^1 x_{10}^1 \vee (x_9^1 \vee x_9^2)(x_{10}^1 \vee x_{10}^3) \vee x_9^1) = 1.
\end{aligned}$$

Ми скоротили вихідну формулу і отримали простішу залежність між обраними ознаками. Після того, як отримано необхідну залежність, ми можемо розв'язати отримане рівняння з однією або кількома цільовими змінними. В залежності від того розв'язку системи предикатних рівнянь, до якого класу віднесено медичну картку, лікарем буде розроблятися комплекс лікувально-профілактичних процедур та набір рекомендацій для підтримання здоров'я пацієнта в належному стані.

Висновки

Таким чином у проведеному дослідженні наведений приклад демонструє використання математичного апарату теорії інтелекту, методу компараторної ідентифікації та інструментарію алгебри скінченних предикатів на моделі ідентифікації медично-діагностичних параметрів у вигляді системи предикатних рівнянь, при розв'язанні яких маємо інтерпретацію медичних знань у певній області.

Список літератури

[1] Melnik K. Towards medical screening information technology: the healthgrid-based approach / K. Melnik, O. Cherednichenko, V. Glushko // Information Systems: Methods, Models, and Applications. – 2013. – Vol. 117. – pp. 202-204.

[2] Smelyakov K. The Neural Network Models Effectiveness for Face Detection and Face Recognition / K. Smelyakov, A. Chupryna, O. Bohomolov, N. Hunko // Proceedings of the 2021 IEEE Open Conference of Electrical, Electronic and Information Sciences (eStream '2021) (22 April 2021, Vilnius, Lithuania). – 2021 IEEE Open Conference of Electrical, Electronic and Information Sciences (eStream), 2021. – pp. 1-7.

[3] Ситніков Д.Є. Виявлення суттєвих особливостей даних шляхом складання та маніпулювання логічними рівняннями / Д.Є. Ситніков, Б. Д'Круз, П.Є. Ситнікова // Data Mining II. – WIT Press, 2000. – С. 241-248.

[4] Ameri F. Product lifecycle management: closing the knowledge loops / F. Ameri, D. Dutta // Computer-Aided Design and Applications. – 2005. – No. 2(5). – pp. 577–590.

Надійшла до редколегії 22.10.2025