

УДК 547.584:542.48



Олексій Повзун, Сергій Подкопаєв, Валерій Калиниченко, Світлана Вірич

Донецький національний технічний університет
Україна, 85300, Донецька область, м. Покровськ, пл. Шибанкова, 2.
Тел.: (06239) 2-03-09 e-mail: povzun.aleksey@gmail.com

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ «ДЬОГОТЬ — ПОЛІМЕР — НАПОВНЮВАЧ» ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ MAPLE

Проведено математичне й комп'ютерне дослідження і оптимізацію системи «середовище, що модифікується (кам'яновугільний дьоготь), – полімер (відходи виробництва полівінілхлориду – відсів) – активний дисперсний наповнювач (відхід коксохімічного виробництва – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду)». Розроблено математичну модель для оптимізації складу кам'яновугільних в'язучих, що містять кам'яновугільні дьогті, модифіковані відходами виробництва полівінілхлориду, які наповнені кубовими залишками очищення дисциляції фталевого ангідриду. У графічному редакторі системи комп'ютерної алгебри Maple побудовано тривимірні діаграми «параметри оптимізації системи – фактори варіювання» і визначено області допустимих значень оптимальних концентрацій полімеру та активного дисперсного наповнювача у кам'яновугільних в'язучих, які відповідають граничним значенням функцій відгуку.

МОДЕЛЬ МАТЕМАТИЧНА, ДІАГРАМА ТРИВИМІРНА, ПАРАМЕТР ОПТИМІЗАЦІЇ, ФАКТОР ВАРІЮВАННЯ, ФУНКЦІЯ ВІДГУКУ

Oleksiy Povzun, Sergiy Podkopaev, Valeriy Kalynychenko, Svitlana Virych. Mathematical modeling of the system «tar – polymer – filler» by means of the system of computer algebra Maple. The mathematical and computer research and optimization of the system "Modified medium (coal tar) – polymer (waste from PVC production) – active disperse filler (waste coke production – cube residues of distillation of phthalic anhydride)" are carried out. A mathematical model was developed for optimization of the composition of carbonaceous binders. Carbonaceous binders contain coal tar, modified with polyvinylchloride production residues, which are filled with cube residues of distillation of phthalic anhydride. The graphical editor of the computer system Maple built three-dimensional diagrams "system optimization parameters – variance factors". The areas of admissible values of optimal polymer concentrations and active disperse filler in carbonaceous binders, which correspond to the limiting value of the response function, is determined.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ТРИВИМІРНА ДІАГРАМА, ПАРАМЕТР ОПТИМІЗАЦІЇ, ФАКТОР ВАРІЮВАННЯ, ФУНКЦІЯ ВІДГУКУ

Алексей Повзун, Сергей Подкопаев, Валерий Калиниченко, Светлана Вирич. Математическое моделирование системы «деготь – полимер – наполнитель» с помощью системы компьютерной алгебры Maple. Выполнены математическое и компьютерное исследование и оптимизация системы «модифицируемая среда, (каменноугольный дьоготь), – полимер (отходы производства поливинилхлорида – отсев) – активный дисперсный наполнитель (отход коксохимического производства – кубовые остатки очистки дисциляции фталевого ангидрида)». Разработана математическая модель для оптимизации состава каменноугольных вяжущих, состоящих из каменноугольных дегтей, модифицированных отходами производства поливинилхлорида и наполненных кубовыми остатками очистки дисциляции фталевого ангидрида. В графическом редакторе компьютерной системы Maple построены трехмерные диаграммы «параметры оптимизации системы – факторы варьирования» и определены области допустимых значений оптимальных концентраций полимера и активного дисперсного наполнителя в каменноугольных вяжущих, которые соответствуют граничным значениям функций отклика.

МОДЕЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ, ДИАГРАММА ТРЕХМЕРНАЯ, ПАРАМЕТР ОПТИМІЗАЦІЇ, ФАКТОР ВАРІЮВАННЯ, ФУНКЦІЯ ОТКЛИКА

Вступ

Щорічний приріст частки багатотоннажних транспортних засобів у складі транспортних потоків на автомобільних дорогах потребує підвищення несучої здатності дорожнього одягу в цілому і верхнього його шару особливо. Під час експлуатації дорожні покриття піддаються значним зовнішнім діям: силовому впливу навантажень від коліс автомобілів, атмосферних опадів у вигляді дощу та снігу, а також постійним температурним змінам, поперемінному заморозуванню і відтаванню та ін.

В дорожніх покриттях виникають руйнування у вигляді лушення, викришування, вибоїн тощо.

З огляду на це бетон покриття автомобільної дороги і його складові мають витримувати більші навантаження, відповідати екологічним нормам, бути стійкими до корозії й забезпечувати безпеку на дорозі. Традиційні матеріали не можуть надати такої якості бетону, який би відповідав вимогам сучасного дорожнього руху.

Властивості бетону переважно визначає в'язуче, якість якого покращують різними способами,

одним з яких є модифікація кам'яновугільних до-
рожніх дьогтів полімерами [1]. Більш ефективним
прийомом фізико-хімічної структурної модифіка-
ції органічних в'язучих коксохімічного виробни-
цтва з метою максимальної реалізації їхніх потен-
ційних властивостей є введення до їхнього складу
комплексних добавок, які містять полімери, що
суміщаються з ними, та активних дисперсних на-
повнювачів [2].

1. Аналіз досліджень і публікацій

Встановлено, що серед полімерів, які вико-
ристовують для модифікації кам'яновугільних
в'язучих, значно поліпшують якість останніх по-
лівінілхлорид (ПВХ) [3-5] та полістирол (ПС) (або
деякі відходи їхнього виробництва) [6], [7].

Математичне моделювання технологічних ре-
жимів приготування дьогтеполівінілхлоридного
в'язучого виконано за допомогою регресійного
аналізу [8]. Для цього було використано рівно-
мірний симетричний квазіортогональний план
для п'яти факторів на п'ятьох цілочисельних рів-
нях (-2; -1; 0; +1; +2) [9]. Як критерій оптималь-
ності планів було прийнято значення парного
коефіцієнта кореляції між коефіцієнтами моделі
($\max |r(a_i, a_j)| \leq r_{кр}$), коефіцієнт розкиду, регуляр-
ність і рівномірність.

Було вжито рівномірний план – оптимальний,
 $r_{кр} \leq 0,3$. Фактори варіювання:

- X_1 (t , °C) – температура розчинення відходу
виробництва ПВХ (відсіву), 105-125°C;
- X_2 (τ_p , с) – термін приготування дьогтеполіві-
нілхлоридного в'язучого, 1800-5400 с;
- X_3 (m , %) – масова концентрація відсіву ПВХ,
0,5-2,5%;
- X_4 (D , м²/кг) – дисперсність відсіву ПВХ, 300-
500 м²/кг;
- X_4 (φ) – пеко-антраценове відношення в
кам'яновугільному дьогті, 1,02-1,42.

Параметрами оптимізації було прийнято:

- Y_1 (C) – коефіцієнт аномалії в'язкості
 $C = \lg \tau / \lg \gamma$ [10], де τ – напруження зсуву, МПа;
 γ – швидкість деформування, с⁻¹; $C = 0,75-0,9$;
- Y_2 ($K_{от}$) – коефіцієнт водостійкості дьогтепо-
лівінілхлоридбетону при тривалому водонасичен-
ні, $K_{от} > 0,8$.

Обробка результатів експерименту і визначен-
ня коефіцієнтів рівнянь регресії з урахуванням їх-
ньої значущості дозволила здобути поліноміальні
моделі:

$$Y_1 = 0,726 - 0,050 \cdot X_1 + 0,018 \cdot X_2 + 0,022 \cdot X_3 + \\ 0,092 \cdot X_4 + 0,057 \cdot X_5 + 0,048 \cdot X_1^2 - 0,072 \cdot X_2^2 + \\ 0,089 \cdot X_3^2 - 0,032 \cdot X_4^2 - 0,012 \cdot X_5^2 + 0,067 \cdot X_1 \cdot X_3 + \\ 0,036 \cdot X_1 \cdot X_5 - 0,065 \cdot X_2 \cdot X_4 + 0,017 \cdot X_2 \cdot X_5 + \\ 0,017 \cdot X_3 \cdot X_4 + 0,040 \cdot X_3 \cdot X_5 + 0,025 \cdot X_4 \cdot X_5;$$

$$Y_2 = 0,638 - 0,030 \cdot X_1 + 0,065 \cdot X_2 - 0,041 \cdot X_3 + \\ 0,065 \cdot X_4 + 0,012 \cdot X_5 - 0,024 \cdot X_1^2 - 0,031 \cdot X_2^2 + \\ 0,082 \cdot X_3^2 - 0,049 \cdot X_4^2 + 0,065 \cdot X_5^2 + 0,031 \cdot X_1 \cdot X_2 + \\ 0,054 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,008 \cdot X_1 \cdot X_4 + 0,032 \cdot X_1 \cdot X_5 + \\ 0,009 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,034 \cdot X_2 \cdot X_4 + 0,019 \cdot X_2 \cdot X_5 + \\ 0,071 \cdot X_3 \cdot X_5$$

Одержані рівняння регресії адекватні і задо-
вольняють критерію Фішера.

Аналіз залежностей параметрів оптимізації від
факторів варіювання довів, що при приготуванні
дьогтеполівінілхлоридного в'язучого слід рекомен-
дувати такі значення факторів варіювання:

$$X_1 = 120-125^\circ\text{C}; X_2 = 3600 \text{ с}; X_3 = 1,5-2,5\%; \\ X_4 = 300-350 \text{ м}^2/\text{кг}; X_5 = 1,364-1,367 [8].$$

Математичне моделювання складу дьогтепо-
лівінілхлоридного в'язучого проведено програм-
ною мовою MathCAD з використанням пакета
SURFER for Windows [11]. Як фактори варіювання
було прийнято:

- X_1 (C_V , %) – об'ємна концентрація дисперс-
ної фази кам'яновугільного дьогтю;
- X_2 ($C_{ПВХ}$, %) – масова концентрація відходу
виробництва ПВХ (відсіву).

Як параметри оптимізації дьогтеполівінілхло-
ридної системи були:

- Y_1 (T_p , °C) – температура розм'якшення дьог-
теполівінілхлоридного в'язучого, $T_p > 34^\circ\text{C}$;
- Y_2 ($T_{кр}$, °C) – температура крихкості дьогтепо-
лівінілхлоридного в'язучого, $T_{кр} < 13^\circ\text{C}$;
- Y_3 (E , %) – еластичність дьогтеполівінілхло-
ридного в'язучого, $E > 45\%$.

Аналіз побудованих діаграм в координатах
«масова концентрація відходу виробництва ПВХ
(X_2) – об'ємна концентрація дисперсної фази
кам'яновугільного дьогтю (X_1)», що характеризу-
ють поведінку параметрів оптимізації при зміні
керуваних факторів варіювання, які впливають на
систему «дьоготь – ПВХ», дозволив апроксимува-
ти криву температури розм'якшення поліномом
другого ступеня, а криві температури крихкості і
еластичності – описати неповним поліномом тре-
тього ступеня (Y_1 , Y_2 , Y_3 відповідно). Взаємозв'язок
натурних значень факторів, що діють на дьогтепо-
лівінілхлоридне в'язуче, і кодованих є таким [11]:

$$x_1 = \frac{X_1 - 28,5}{2,11}; x_2 = \frac{X_2 - 2,25}{1,75};$$

$$X_1 = C_V = 17,48 + 2,11 \cdot \ln(C_{30}^{10}),$$

де C – умовна в'язкість дьогтю, с; 10 – діаметр стіч-
ного отвору, мм; 30 – температура витікання 50 мл
в'язучого на стандартному віскозиметрі, °C.

$$Y_1 = 32,510 + 6,115 \cdot X_1 + 7,796 \cdot X_2 - 0,266 \cdot X_1 \cdot X_2 + \\ 0,161 \cdot X_1^2 - 1,331 \cdot X_2^2$$

$$Y_2 = -15,340 + 3,094 \cdot X_1 + 1,978 \cdot X_2 + 0,912 \cdot X_1 \cdot X_2 - \\ 1,156 \cdot X_1^2 + 1,570 \cdot X_2^2 + 1,031 \cdot X_1 \cdot X_2^2$$

$$Y_3 = 68,190 - 17,000 \cdot X_1 \cdot X_2 - 19,340 \cdot X_1^2 - 11,470 \cdot X_2^2 - \\ - 16,980 \cdot X_1^2 \cdot X_2 - 18,190 \cdot X_1^3 + 8,670 \cdot X_2^3.$$

На підставі побудованих залежностей параметрів оптимізації від кожного з кодованих факторів (з використанням рівнянь регресії) визначено оптимальну концентрацію відходу виробництва ПВХ у кам'яновугільному в'язучому, яка становить 1,5-2,0% за масою.

Математичне моделювання терміну приготування *дьюгтеполістирольного* в'язучого і визначення концентрації відходу виробництва полістиролу (полістирольного пилу – ПС) виконано за допомогою композиційного несиметричного плану на трьох цілочисельних рівнях (-1; 0; +1) [12].

Оптимальні склади системи «дьюготь – ПС» було визначено як оптимальні області допустимих значень факторів варіювання X_1, X_2, X_3 :

– X_1 (C_{30}^{10} , с) – умовна в'язкість кам'яновугільного дьюгтю, 50-250 с;

– X_2 ($C_{ПС}$, %) – масова концентрація відходу виробництва ПС (полістирольного пилу), 0-10%.

– X_3 (τ_p , хвилини) – термін приготування *дьюгтеполістирольного* в'язучого, 5-145 хвилин.

Ці оптимальні області обмежені поверхнями рівня функції відгуку за кожним з параметрів оптимізації $Y_1 - Y_6$:

– Y_1 (T_p , °C) – температура розм'якшення *дьюгтеполістирольного* в'язучого, $T_p > 33^\circ\text{C}$;

– Y_2 (E , %) – еластичність *дьюгтеполістирольного* в'язучого, $E > 25\%$;

– Y_3 (D_0 , м) – дуктильність (розтяжність) *дьюгтеполістирольного* в'язучого при 0 °C, $D_0 > 0,9$ м;

– Y_4 (W , %) – водонасичення *дьюгтеполістиролбетону*, $W < 2,0\%$;

– Y_5 (R_{20} , МПа) – границя міцності *дьюгтеполістиролбетону* на стиск при 20°C, $R_{20} > 2,2$ МПа;

– Y_6 ($K_{ст}$) – коефіцієнт водостійкості *дьюгтеполістиролбетону* при тривалому водонасиченні, $K_{ст} > 0,75$.

За критерій оптимальності плану прийнято критерій D -оптимальності, який пов'язаний з мінімізацією об'єму еліпсоїду розсіювання оцінок параметрів рівнянь регресії [13]. Для створеного плану експерименту за методом найменших квадратів обчислено коефіцієнти рівнянь регресії за виразом [14]:

$$b_i = (X^* \cdot X)^{-1} \cdot X^* \cdot Y,$$

де b_i – коефіцієнт рівняння регресії; X – матриця плану експерименту; X^* – транспонована матриця плану експерименту; $(X^* \cdot X)^{-1}$ – матриця, обернена добутку матриці плану експерименту на його транспоновану матрицю; Y – вектор-стовпець результатів експерименту.

Обробка результатів експерименту і обчислення коефіцієнтів рівнянь регресії з урахуванням їх значущості дозволили одержати поліноміальні моделі.

Статистичний аналіз отриманих результатів містить перевірку двох статистичних гіпотез:

– про значущість отриманих коефіцієнтів моделі;

– про адекватність надання результатів експерименту здобутим рівнянням регресії [14], [15].

Рівняння регресії для кожного параметра оптимізації мають такий вигляд:

$$Y_1 = 28,97 + 4,90 \cdot X_1 + 6,79 \cdot X_2 + 0,003 \cdot X_3 - 1,03 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,06 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,014 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,70 \cdot X_1^2 - 3,24 \cdot X_2^2 - 1,22 \cdot X_3^2;$$

$$Y_2 = 14,9 - 1,09 \cdot X_1 + 3,39 \cdot X_2 - 2,28 \cdot X_3 - 0,24 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,054 \cdot X_1 \cdot X_3 - 2,07 \cdot X_2 \cdot X_3 + 3,91 \cdot X_1^2 - 9,65 \cdot X_2^2 - 6,24 \cdot X_3^2;$$

$$Y_3 = 0,879 - 0,010 \cdot X_1 - 0,098 \cdot X_2 - 0,384 \cdot X_3 - 0,043 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,046 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,089 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,311 \cdot X_1^2 - 0,135 \cdot X_2^2 - 0,614 \cdot X_3^2;$$

$$Y_4 = 2,00 - 0,65 \cdot X_3 + 4,55 \cdot X_1 \cdot X_3 + 9,08 \cdot X_2 \cdot X_3 + 31,50 \cdot X_1^2 - 13,74 \cdot X_2^2 + 0,65 \cdot X_3^2;$$

$$Y_5 = 2,222 - 0,083 \cdot X_1 - 0,075 \cdot X_2 + 0,426 \cdot X_3 - 0,062 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,050 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,033 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,072 \cdot X_1^2 - 0,130 \cdot X_2^2 - 0,086 \cdot X_3^2;$$

$$Y_6 = 0,789 - 0,025 \cdot X_1 - 0,058 \cdot X_2 + 0,106 \cdot X_3 - 0,057 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,014 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,048 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,036 \cdot X_1^2 - 0,069 \cdot X_2^2 - 0,091 \cdot X_3^2.$$

Обробка одержаних рівнянь регресії за допомогою програм STAGRAPHICS Plus дозволила представити дані графічно – отримати поверхні відгуків зміни досліджуваних параметрів оптимізації від змінних факторів варіювання, тобто шляхом застосування методу планування експерименту було розроблено трифакторну модель.

Доведено, що оптимальною системою «дьюготь – полістирол» є при умовній в'язкості дьюгтю за C_{30}^{10} (X_1) 75-250 с, масовій концентрації полістиролу (X_2) 4,0-6,0% та терміні приготування *дьюгтеполістирольного* в'язучого (X_3) впродовж 70-80 хвилин.

Модифікація кам'яновугільних дьюгтів лише відходами виробництва полівінілхлориду або полістиролу підвищує в'язкість в'язучих не суттєво. Малов'язкі кам'яновугільні в'язучі, у яких енергія теплового руху дисперсійного середовища (γ -фракція) дорівнює або більша за енергію зв'язку у вузлах макромолекулярної полімерної сітки, утвореної за рахунок механічного зачеплення і переплетіння надмолекулярних структур полімеру, слід зміцнювати ліофільними активними дисперсними наповнювачами. Адсорбційна взаємодія полімерних молекул з твердими наповнювачами на границі розділу фаз зменшує рухливість макроланцюгів, що призводить до зміцнення модифікованої системи. Такими наповнювачами-відходами з високою структуруючою здатністю в дьюгтеполімерних в'язучих можуть бути, наприклад, деревний гідролізний лігнін, кубові залишки очищення дисципліни фталевого ангідриду, сажа тощо.

В роботі [16] викладено математичне моделювання системи «дьюготь – полівінілхлорид (ПВХ) – деревний гідролізний лігнін (ДГЛ)». Фактори варіювання:

– X_1 (C_{30}^{10} , с) – умовна в'язкість кам'яно-вугільного дьогтю, 50-250 с;

– X_2 ($C_{ПВХ}$, %) – масова концентрація відходу виробництва ПВХ (відсіву), 0-2%.

– X_3 ($C_{ДГЛ}$, %) – масова концентрація ДГЛ, 0-40%.

Параметри оптимізації:

– Y_1 (C_m , %) – оптимальний вміст в'язучого в суміші, $C_m < 8,5\%$;

– Y_2 (T_p , °C) – температура розм'якшення в'язучого, $T_p > 33^\circ\text{C}$;

– Y_3 (E , %) – еластичність в'язучого, $E > 25\%$;

– Y_4 (R_{20} , МПа) – границя міцності дьогтеполі-вінілхлориду на стиск при 20°C , $R_{20} > 2,5$ МПа;

– Y_5 (R_{50} , МПа) – границя міцності дьогтеполі-вінілхлориду на стиск при 50°C , $R_{50} > 1,0$ МПа;

– Y_6 (R_0 , МПа) – границя міцності дьогтеполі-вінілхлориду на стиск при 0°C , $R_0 < 12,0$ МПа;

– Y_7 ($K_{вт}$) – коефіцієнт водостійкості дьогтеполі-вінілхлоридбетону при тривалому водонасиченні, $K_{вт} > 0,8$;

– Y_8 (τ^*/τ_{cm}) – відношення напруження зсуву τ^* в'язучого до напруження сталої течії τ_{cm} , $\tau^*/\tau_{cm} = 1,1-1,4$.

Рівняння регресії для кожного параметра оптимізації мають такий вигляд:

$$Y_1 = 8,239 + 0,217 \cdot X_1 + 0,094 \cdot X_2 + 1,992 \cdot X_3 + 0,076 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,055 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,071 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,133 \cdot X_1^2 + 0,020 \cdot X_2^2 + 0,986 \cdot X_3^2;$$

$$Y_2 = 28,335 + 3,812 \cdot X_1 + 4,931 \cdot X_2 + 6,950 \cdot X_3 - 1,501 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,309 \cdot X_1 \cdot X_3 - 2,115 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,674 \cdot X_1^2 - 0,079 \cdot X_2^2 - 1,453 \cdot X_3^2;$$

$$Y_3 = 13,572 + 3,016 \cdot X_1 + 24,575 \cdot X_2 - 10,111 \cdot X_3 + 1,112 \cdot X_1 \cdot X_2 - 1,755 \cdot X_1 \cdot X_3 - 8,160 \cdot X_2 \cdot X_3 + 4,394 \cdot X_1^2 + 1,192 \cdot X_2^2 + 7,870 \cdot X_3^2;$$

$$Y_4 = 2,751 + 0,311 \cdot X_1 + 0,693 \cdot X_2 + 0,592 \cdot X_3 - 0,122 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,154 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,186 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,113 \cdot X_1^2 + 0,098 \cdot X_2^2 - 0,131 \cdot X_3^2;$$

$$Y_5 = 0,938 + 0,060 \cdot X_1 + 0,274 \cdot X_2 + 0,158 \cdot X_3 + 0,001 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,016 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,102 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,012 \cdot X_1^2 - 0,343 \cdot X_2^2 - 0,050 \cdot X_3^2;$$

$$Y_6 = 9,061 + 1,367 \cdot X_1 + 1,838 \cdot X_2 + 2,324 \cdot X_3 - 0,343 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,524 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,326 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,611 \cdot X_1^2 - 0,460 \cdot X_2^2 - 0,759 \cdot X_3^2;$$

$$Y_7 = 0,809 + 0,032 \cdot X_1 + 0,085 \cdot X_2 + 0,023 \cdot X_3 - 0,024 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,006 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,001 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,027 \cdot X_1^2 - 0,349 \cdot X_2^2 - 0,023 \cdot X_3^2;$$

$$Y_8 = 1,126 + 0,0 \cdot X_1 + 0,108 \cdot X_2 + 0,157 \cdot X_3 - 0,033 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,0 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,094 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,133 \cdot X_1^2 - 0,0 \cdot X_2^2 - 0,0 \cdot X_3^2.$$

Відповідно до отриманих рівнянь регресії у тривимірному просторі побудовано діаграми поверхонь функцій відгуку, які показують залежність відповідного параметра оптимізації ($Y_1 - Y_8$), від:

а) умовної в'язкості дьогтю за C_{30}^{10} (X_1);

б) масової концентрації полівінілхлориду (X_2);

в) масової концентрації деревного гідролізного лігніну (X_3).

Доведено, що оптимальними концентраціями полівінілхлориду в кам'яновугільних дьогтях є (X_2) 1,4-1,6% ПВХ, а деревного гідролізного лігніну – (X_3) 22-26% ДГЛ. В'язкість вихідного кам'яновугільного дьогтю (X_1) становить $C_{30}^{10} = 170-250$ с.

В роботі [17] надано розроблену математичну модель для оптимізації системи «дьоготь – полістирол (ПС) – деревний гідролізний лігнін (ДГЛ)» (з використанням методу експериментально-статистичного моделювання та побудовою тривимірних діаграм). Фактори варіювання та параметри оптимізації – такі самі, що і в роботі [16]. Одержано такі рівняння регресії:

$$Y_1 = 8,062 + 0,161 \cdot X_1 - 0,051 \cdot X_2 + 2,087 \cdot X_3 + 0,031 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,012 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,007 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,176 \cdot X_1^2 + 0,216 \cdot X_2^2 + 0,738 \cdot X_3^2;$$

$$Y_2 = 33,801 + 4,413 \cdot X_1 + 4,497 \cdot X_2 + 7,634 \cdot X_3 - 1,343 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,966 \cdot X_1 \cdot X_3 - 1,133 \cdot X_2 \cdot X_3 - 4,973 \cdot X_1^2 + 0,443 \cdot X_2^2 - 5,211 \cdot X_3^2;$$

$$Y_3 = 33,831 + 0,462 \cdot X_1 + 21,069 \cdot X_2 - 1,093 \cdot X_3 + 0,929 \cdot X_1 \cdot X_2 - 1,691 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,620 \cdot X_2 \cdot X_3 + 1,876 \cdot X_1^2 - 11,088 \cdot X_2^2 - 3,969 \cdot X_3^2;$$

$$Y_4 = 2,736 + 0,383 \cdot X_1 + 0,570 \cdot X_2 + 0,486 \cdot X_3 + 0,056 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,096 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,066 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,255 \cdot X_1^2 + 0,079 \cdot X_2^2 - 0,101 \cdot X_3^2;$$

$$Y_5 = 0,918 + 0,092 \cdot X_1 + 0,198 \cdot X_2 + 0,149 \cdot X_3 + 0,033 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,059 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,076 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,016 \cdot X_1^2 - 0,124 \cdot X_2^2 - 0,012 \cdot X_3^2;$$

$$Y_6 = 9,325 + 1,538 \cdot X_1 + 2,139 \cdot X_2 + 1,723 \cdot X_3 - 0,277 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,108 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,180 \cdot X_2 \cdot X_3 - 1,365 \cdot X_1^2 - 0,459 \cdot X_2^2 + 0,031 \cdot X_3^2;$$

$$Y_7 = 0,826 + 0,016 \cdot X_1 + 0,086 \cdot X_2 + 0,051 \cdot X_3 - 0,040 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,006 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,025 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,08 \cdot X_1^2 - 0,045 \cdot X_2^2 - 0,002 \cdot X_3^2.$$

Рівняння регресії характеризуються такими статистичними параметрами: дисперсія адекватності $S = 0,016$; коефіцієнт варіації $\delta = 2,34\%$; кореляційне відношення $KB = 0,984$.

Враховуючи граничні значення функцій відгуку всіх параметрів оптимізації ($Y_1 - Y_7$), доведено, що оптимальною системою «кам'яновугільний дьоготь – полістирол – деревний гідролізний лігнін» буде за умовною в'язкістю дьогтю (X_1) $C_{30}^{10} = 150-220$ с, масовій концентрації полістиролу (X_2) 4,0-4,4% ПС та масовій концентрації деревного гідролізного лігніну (X_3) 20-21% (ДГЛ).

2. Формулювання цілі та завдань дослідження

В даній роботі виконано математичне моделювання комплексного кам'яновугільного в'язучого за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple [18], яка являє собою ядро, доповнене різними бібліотеками і містить близько 2500 команд і функцій. Maple призначена для автоматизації математичних розрахунків різної складності. Розв'язання задач виходить в аналітичному вигляді (у вигляді формул), зокрема, – кількісно.

Система Maple виконує складні аналітичні перетворення; обчислює інтеграли, границі, кінцеві і нескінченні доданки та добутки; вирішує алгебраїчні, трансцендентні та диференціальні рівняння, нерівності і системи [18].

Метою роботи є розроблення математичної моделі для оптимізації трикомпонентної технологічної системи «кам'яновугільний дьоготь – полівінілхлорид (ПВХ) – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду (ЗДА)», одержуючи комплексне кам'яновугільне в'язуче, яке за фізико-механічними властивостями і екологічними характеристиками наблизитиметься до нафтового бітуму.

Використовуючи метод математичного планування експерименту, завданнями дослідження є:

1. Виявлення оптимальної умовної в'язкості кам'яновугільного дьогтю за C_{30}^{10} , с;
2. Визначення оптимальної масової концентрації полімеру (полівінілхлориду) в кам'яновугільних дьогтях різної в'язкості, %;
3. Визначення оптимальної масової концентрації активного дисперсного наповнювача (кубових залишків очищення дисциляції фталевого ангідриду) в дьогтеполівінілхлоридному в'язучому, %.

3. Викладення основного матеріалу досліджень

В даній роботі як об'єкти дослідження було прийнято:

– середовище, що модифікується, – кам'яновугільні дьогті, що складені із середньо-температурного пеку і антраценового масла, які задовольняють вимогам ГОСТ 4641;

– полімер – відходи виробництва полівінілхлориду (відсів – ПВХ) ВАТ «ДніпроАзот» (м. Кам'янське Дніпропетровської області) з молекулярною масою 12·10⁴ в.о і частинками розміром менші за (6,3-63)·10⁻⁵ м;

– наповнювач – відходи коксохімічного виробництва – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду (ЗДА) ПАТ «Авдіївський коксохімічний завод» Групи «Метінвест», що являють собою аморфне тіло і утворюються під час очищення фталевого ангідриду (C₈H₄O₃) від домішок хінона в дисциляційних колонах смолоперегонних цехів.

Модифіковане кам'яновугільне в'язуче готували суміщенням кам'яновугільних дьогтів з відсівом полівінілхлориду при температурі 115-125°C впродовж 30 хвилин. Потім додавали порошкоподібні кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду і продовжували перемішувати ще 30 хвилин.

Для оптимізації системи «кам'яновугільний дьоготь – полівінілхлорид – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду» було використано композиційний несиметричний план [19] на трьох цілочисельних рівнях (-1; 0; +1) з коефіцієнтом кореляції $r_{i,j} \leq 0,10$, де $i, j = 1, 2, 3$. Оптимальні склади системи «дьоготь – ПВХ – ЗДА» визначали

як оптимальні області допустимих значень факторів X_1, X_2, X_3 (табл. 1).

Таблиця 1

Система			Фізичний зміст фактору варіювання		
			Умовна в'язкість дьогтю за C_{30}^{10} , с	Масова концентрація ПВХ, %	Масова концентрація ЗДА, %
			X_1	X_2	X_3
Дьоготь – ПВХ – ЗДА	Інтервал варіювання		100	1	20
	Рівні фактора	-1	50	0	0
		0	150	2,5	20
	+1	250	5	40	

Ці оптимальні області обмежені поверхнями рівня функції відгуку за кожним з параметрів оптимізації (табл. 2).

Таблиця 2

№ з.п.	Код параметра оптимізації	Фізичний зміст параметра оптимізації	Граничні значення функції відгуку
1	Y_1	Оптимальний вміст в'язучого в суміші (в перерахунку на дьоготь), %	Не більше 8,5
2	Y_2	Температура розм'якшення в'язучого, °C	Не менше 33
3	Y_3	Еластичність в'язучого при 0 °C, %	Не менше 30
4	Y_4	Границя міцності дьогтеполівінілхлориду на стиск при 20 °C, МПа	Не менше 2,5
5	Y_5	Границя міцності дьогтеполівінілхлориду на стиск при 50 °C, МПа	Не менше 1,0
6	Y_6	Границя міцності дьогтеполівінілхлориду на стиск при 0 °C, МПа	Не більше 12,0
7	Y_7	Коефіцієнт водостійкості дьогтеполівінілхлориду при тривалому водонасиченні	Не менше 0,8
8	Y_8	Відношення напруження зсуву в'язучого до напруження сталої течії	1,1-1,4

Рівняння регресії мають такий вигляд:

$$Y_1 = 7,549 + 0,104 \cdot X_1 + 0,095 \cdot X_2 + 0,100 \cdot X_3 + 0,000 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,053 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,045 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,000 \cdot X_1^2 - 0,114 \cdot X_2^2 + 0,000 \cdot X_3^2;$$

$$Y_2 = 31,271 + 3,115 \cdot X_1 + 4,912 \cdot X_2 + 7,850 \cdot X_3 - 1,497 \cdot X_1 \cdot X_2 - 1,122 \cdot X_1 \cdot X_3 - 2,145 \cdot X_2 \cdot X_3 - 1,575 \cdot X_1^2 - 0,585 \cdot X_2^2 - 2,394 \cdot X_3^2;$$

$$Y_3 = 41,123 - 4,434 \cdot X_1 + 20,209 \cdot X_2 - 10,578 \cdot X_3 - 5,219 \cdot X_1 \cdot X_2 - 3,090 \cdot X_1 \cdot X_3 - 10,662 \cdot X_2 \cdot X_3 - 1,145 \cdot X_1^2 - 19,930 \cdot X_2^2 - 0,055 \cdot X_3^2;$$

$$Y_4 = 4,152 + 0,562 \cdot X_1 + 0,899 \cdot X_2 + 1,835 \cdot X_3 + 0,047 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,408 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,377 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,318 \cdot X_1^2 - 0,134 \cdot X_2^2 + 0,094 \cdot X_3^2;$$

$$Y_5 = 1,083 + 0,118 \cdot X_1 + 0,262 \cdot X_2 + 0,025 \cdot X_3 + 0,123 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,004 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,078 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,076 \cdot X_1^2 + 0,015 \cdot X_2^2 + 0,099 \cdot X_3^2;$$

$$Y_6 = 8,983 + 0,881 \cdot X_1 + 1,383 \cdot X_2 + 2,893 \cdot X_3 - 0,135 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,026 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,014 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,656 \cdot X_1^2 + 0,150 \cdot X_2^2 - 0,531 \cdot X_3^2;$$

$$Y_7 = 0,882 + 0,044 \cdot X_1 + 0,103 \cdot X_2 + 0,088 \cdot X_3 + 0,014 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,010 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,003 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,042 \cdot X_1^2 - 0,038 \cdot X_2^2 - 0,021 \cdot X_3^2;$$

$$Y_8 = 1,068 + 0,118 \cdot X_1 + 0,155 \cdot X_2 + 0,233 \cdot X_3 + 0,117 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,116 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,139 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,000 \cdot X_1^2 + 0,000 \cdot X_2^2 + 0,201 \cdot X_3^2.$$

Зображення поверхонь відгуку параметрів оптимізації ($Y_1 - Y_8$) виконували згідно з методикою, викладеною в роботі [18]. У графічному редакторі системи Maple зазначені поверхні зображені у тривимірному просторі як четвертий вимір.

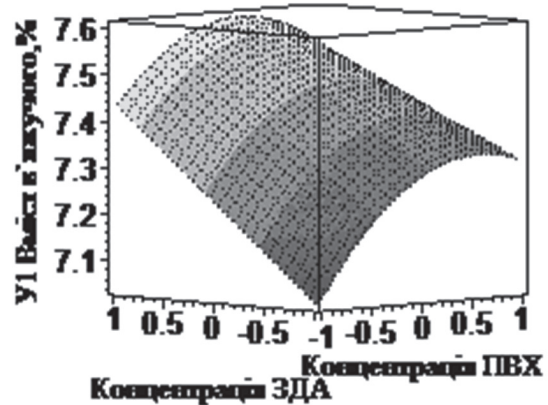
За внесеними до комп'ютерної програми коефіцієнтами рівнянь регресії було визначено кожний параметр оптимізації ($Y_1 - Y_8$). Фіксуючи значення одного з трьох факторів варіювання X_i та надаючи двом іншим факторам дискретних значень від -1 до +1 з однаковим інтервалом, було обчислено значення варійованих факторів у цих фіксованих точках і побудовано поверхні функцій відгуку. У точках варійованого простору від -1 до +1, в яких фактори варіювання дорівнюють нулю, значення параметра оптимізації ($Y_1 - Y_8$) дорівнює значенню вільного коефіцієнта рівняння регресії b_{0i} .

Спочатку, за допомогою основної команди `plot3d(G(x, y), x=a..b, y=c..d, options_3d)` [18], де $G(x, y)$ – функція поверхні; a і b – границі зміни змінної x ; c і d – границі змінної y , які можуть залежати від x ; `options_3d` – різні опції, було побудовано кожну тривимірну поверхню окремо (рис. 1). А потім, за допомогою команди `plot3d({fun1(x, y), fun2(x, y), ...}, x=a..b, y=c..d, options)` [18], де $fun1(x, y)$, $fun2(x, y)$ – функції, що визначають поверхні, було побудовано 8 поверхонь (8 параметрів оптимізації) на одному графіку (рис. 2).

Враховуючи те, що в даній роботі X_1 – це умовна в'язкість дьогтю, яка змінюється від $C_{30}^{10} = 50$ с (при $X_1 = -1$) до $C_{30}^{10} = 250$ с (при $X_1 = +1$) (табл. 1), а також граничні значення функцій відгуку $Y_1 - Y_8$ (табл. 2), то, послідовно фіксуючи $X_1 = -1$, $X_1 = 0$ та $X_1 = +1$, графічно можна визначити масову концентрацію полівінілхлориду ПВХ (X_2) та масову концентрацію кубових залишків очищення дисциляції фталевого ангідриду ЗДА (X_3) відповідно (табл. 1).

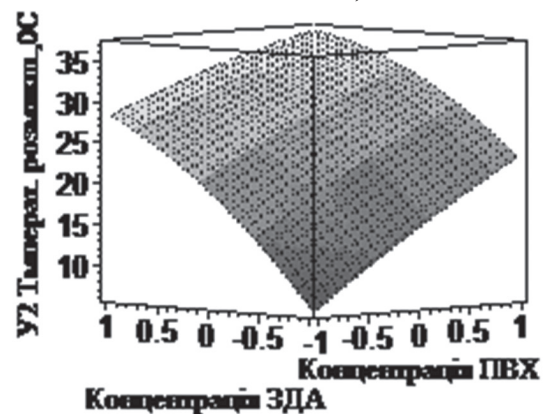
Найхарактернішими поверхнями функцій відгуку є поверхні для параметрів оптимізації Y_1 (оптимальний вміст в'язучого в суміші, %) (рис. 1, а), Y_2 (температура розм'якшення в'язучого, °C) (рис. 1, б) та Y_3 (еластичність в'язучого, %) (рис. 1, в).

В'язкість дьогтю, $X_1 = -1$



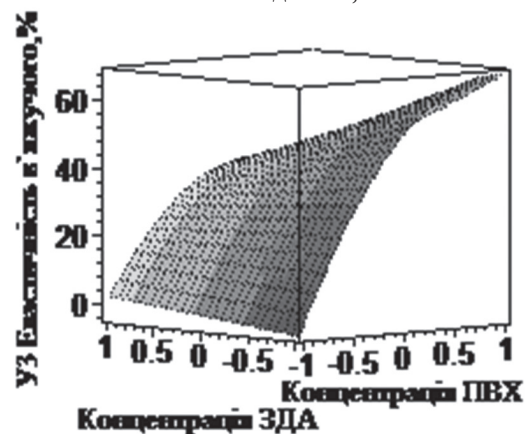
а

В'язкість дьогтю, $X_1 = -1$



б

В'язкість дьогтю, $X_1 = -1$



в

Рис. 1. Залежність функцій відгуку:

- Y_1 (оптимального вмісту в'язучого в суміші) – а);
- Y_2 (температури розм'якшення в'язучого) – б);
- Y_3 (еластичності в'язучого) – в) від X_2 (масової концентрації ПВХ) та X_3 (масової концентрації ЗДА) при $X_1 = -1$ (при умовній в'язкості дьогтю $C_{30}^{10} = 50$ с)

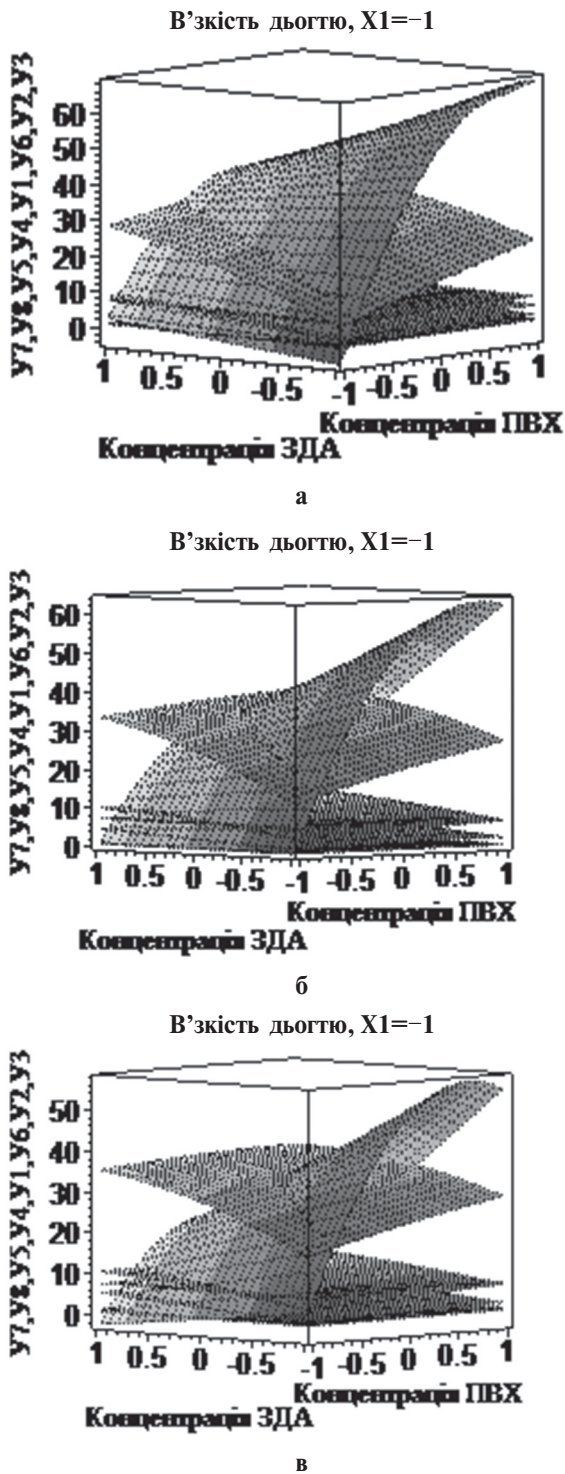


Рис. 2. Залежність параметрів оптимізації ($Y_1 - Y_3$) від X_2 (масової концентрації ПВХ) та X_3 (масової концентрації ЗДА) при $X_1 = -1, X_1 = 0, X_1 = +1$ (при умовній в'язкості дьогтю $C_{30}^{10} = 50$ с – а); $C_{30}^{10} = 150$ с – б); $C_{30}^{10} = 250$ с – в) відповідно

Послідовність зазначених на рис. 2 функцій відгуку зверху донизу відповідає розташуванню поверхонь параметрів оптимізації (теж зверху донизу).

Допустимі (оптимальні) значення масових концентрацій ПВХ та ЗДА при $X_1 = -1$ (при умовній

в'язкості дьогтю $C_{30}^{10} = 50$ с – рис. 2, а); $X_1 = 0$ (при умовній в'язкості дьогтю $C_{30}^{10} = 150$ с – рис. 2, б); $X_1 = +1$ (при умовній в'язкості дьогтю $C_{30}^{10} = 250$ с – рис. 2, в) (табл. 3) визначали таким чином:

- проводили горизонтальні площини на тривимірних діаграмах (рис. 2) на рівні граничних значень функцій відгуку для відповідного параметра оптимізації (табл. 2);

- опускали перпендикуляри з ліній їхніх перетинів горизонтальних площин з поверхнями функцій відгуку на площину « $X_2 - X_3$ »;

- враховували спрямованість значень кожного параметра оптимізації від його граничного значення («більше», «менше») (табл. 2);

- розв'язували числові нерівності методом інтервалів (табл. 3).

Аналізуючи дані табл. 3, спостерігаємо чітку логічну закономірність: з підвищенням X_1 (умовної в'язкості дьогтю) від $C_{30}^{10} = 50$ с до $C_{30}^{10} = 250$ с знижуються масові концентрації ПВХ (від $1,9\% < X_2 < 2,7\%$ до $1,6\% < X_2 < 2,2\%$ відповідно) та ЗДА (від $14\% < X_3 < 22\%$ до $11\% < X_3 < 17\%$ відповідно) – для функції відгуку Y_2 – температура розм'якшення в'язучого. Аналогічну залежність виявлено і для параметра оптимізації Y_3 (еластичність в'язучого), а саме: зменшення концентрацій від $1,0\% < X_2 < 2,2\%$ до $0,7\% < X_2 < 2,0\%$ відповідно для ПВХ та від $12\% < X_3 < 20\%$ до $5\% < X_3 < 15\%$ відповідно для ЗДА.

За допомогою метода інтервалів встановлено, що оптимальною системою «кам'яновугільний дьоготь – полівінілхлорид (ПВХ) – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду (ЗДА)» буде за масових концентрацій 1,9-2,0% ПВХ (X_2) та 14-15% ЗДА (X_3) при умовній в'язкості дьогтю від $C_{30}^{10} = 50$ с до $C_{30}^{10} = 250$ с (X_1).

Висновки та напрямок подальших досліджень

Вперше за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple проведено математичне моделювання системи «кам'яновугільний дьоготь – полівінілхлорид – кубові залишки очищення дисциляції фталевого ангідриду». На підставі розробленої математичної моделі та розрахованих і побудованих у графічному редакторі системи Maple тривимірних поверхонь функцій відгуку «параметр оптимізації – фактори варіювання» доведено, що оптимальними концентраціями відходів виробництва полівінілхлориду в кам'яновугільних дьогтях з умовною в'язкістю дьогтю від $C_{30}^{10} = 50$ с до $C_{30}^{10} = 250$ с є 1,9-2,0% та кубових залишків очищення дисциляції фталевого ангідриду 14-15%.

Подальші дослідження будуть присвячені виявленню доцільності застосування оптимальних дегтеполівінілхлоридних в'язучих, наповнених кубовими залишками очищення дисциляції фталевого ангідриду, для зміцнення основ автомобільних доріг з горілих порід шахтних териконів.

Таблиця 3

Область допустимих значень масових концентрацій ПВХ (X_2) і ЗДА (X_3)

Параметр оптимізації	Умовна в'язкість дьогтю за C_{30}^{10} , с (X_1)					
	50 ($X_1 = -1$)		150 ($X_1 = 0$)		250 ($X_1 = +1$)	
	X_2 , %	X_3 , %	X_2 , %	X_3 , %	X_2 , %	X_3 , %
Y_1	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$
Y_2	$1,9 < \theta < 2,7$	$14 < \theta < 22$	$1,8 < \theta < 2,6$	$18 < \theta < 21$	$1,6 < \theta < 2,2$	$11 < \theta < 17$
Y_3	$1,0 < \theta < 2,0$	$12 < \theta < 20$	$0,8 < \theta < 2,0$	$6 < \theta < 18$	$0,7 < \theta < 2,0$	$5 < \theta < 15$
Y_4	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$
Y_5	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$
Y_6	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$
Y_7	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$
Y_8	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$	$0 < \theta < 5$	$0 < \theta < 40$

Список літератури:

1. Колчанов А.Г. Применение полимеров при поверхностной обработке / А.Г. Колчанов // Автомобильные дороги. – 1971. – № 11. – С. 21-22. 2. Гохман, Л.М. Комплексные органические вяжущие материалы на основе блоксополимеров типа СБС / Л. М. Гохман // Учебное пособие. – М.: ЗАО «ЭКОНОМ - ИНФОРМ», 2004. – 510 с. 3. Ansart Rene. Nue Aussichten fur ver wendung von strassen teer / Rene Ansart // Bitum, Teere, Asph., Reche und verwstoff. – 1968. – № 8. – pp. 304-308. 4. Руденская И.М. Опыт применения каменноугольных вяжущих в дорожном строительстве / И.М. Руденская, А.В. Руденский. – М.: ЦБНТИ Минавтодора РСФСР, 1975. – Вып. 5. – 44 с. 5. Володько В.П. Використання відходів виробництва полімерів у дорожньому будівництві / В.П. Володько. – К.: Будівельник, 1987. – 72 с. 6. Руденская И.М. Обзор по важнейшим научным и научно-техническим проблемам, предусмотренным пятилетним планом развития народного хозяйства / И.М. Руденская, А.В. Руденский. – М.: ЦБНТИ Минавтодора РСФСР, 1979. – 70 с. 7. Думанский А.М. Использование отходов производства полистирола для повышения качества дегтей и дегтебетонов / А.М. Думанский, В.М. Даценко, В.П. Володько // Тезисы докладов всесоюзной конференции «Управление структурообразованием, структурой и свойствами дорожных бетонов». – Харьков, ХАДИ, 1983. – С. 91-92. 8. Грушко И.М. Определение составов и технологических режимов приготовления дегтеполимерных вяжущих / И.М. Грушко, В.А. Золотарев, Б.А. Лишанский и др. // Известия вузов. – Новосибирск, 1982. – № 6. – С.67-70. 9. Рафалес-Лемарка Э.Э. Некоторые методы планирования и математического анализа биологических экспериментов / Э.Э. Рафалес-Лемарка, В.Г. Николаев. – К.: Наукова думка, 1971. – 119 с. 10. Белкин И.М. Ротационные приборы. Измерение вязкости и физико-механических характеристик материалов / И.М. Белкин, Г.В. Виноградов, Л.М. Леонов. – М.: Машино-

строение, 1967. – 272 с. 11. Братчун В.И. Об особенностях структурообразования в дегтеполивинилхлоридных вяжущих / В.И. Братчун, А.И. Повзун, М.К. Пактер и др. // Автошляховик України. – 1997. – №3. – С. 34-35. 12. Повзун О.І. Оптимальне кам'яновугільне в'язуче, модифіковане відходами виробництва полістиролу, для укріплення горілопородних основ автомобільних доріг / О.І. Повзун, С.В. Подкопаєв, О.В. Фролов та ін. // Гірничий вісник. – Кривий Ріг, 2016. – Вип. 101. – С. 111-118. 13. Голикова Т.И. Свойства D-оптимальных планов и методы их построения / Т.И. Голикова, Н.Г. Микешина // Новые идеи в планировании эксперимента. – М.: 1969. – С. 34-39. 14. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В. Кафаров. – М.: Химия, 1971. – 496 с. 15. Налимов В.В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов / В.В. Налимов, Н.А. Чернова. – М.: Наука, 1965. – 30 с. 16. Повзун О.І. Використання відходів вугільної та хімічної промисловості в основах автомобільних доріг / О.І. Повзун, С.В. Подкопаєв, О.В. Фролов та ін. // Збірник наукових праць Національного гірничого університету. – Дніпропетровськ. – 2015. – № 48. – С. 234-243. 17. Повзун О.І. Математичне моделювання трикомпонентної технологічної системи наповненого дьогтеполімерного в'язучого / О.І. Повзун, С.О. Вірич, С.В. Кононихін та ін. // Бионика интеллекта. – Харьков, Харьковский национальный университет радиоэлектроники. – 2016. – № 1 (86). – С. 26-32. 18. Дзундза А.И. Программное обеспечение ЭВМ. MAPLE. Учебное издание для студентов специальности «Прикладная математика» / А.И. Дзундза, М. Д. Гремалюк, И. А. Моисеенко и др. – Донецк, ДонНУ. – 2005. – 190 с. 19. Бродский В.Э. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей / В.Э. Бродский. – М.: Металлургия, 1982. – 752 с.

Надійшла до редколегії 11.05.2018