УДК 519.861:519.81

А.В. Маргіна[1], О.О. Мазурова[2], М.С. Широкопетлєва[3]
[1]ХНУРЕ, м. Харків, Україна, ann.margina@gmail.com
[2]ХНУРЕ, м. Харків, Україна, oksana.mazurova@nure.ua
[3]ХНУРЕ, м. Харків, Україна, marija.shirokopetleva@nure.ua

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ ВИТРАТ ДЛЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ВЛАСНИМ БЮДЖЕТОМ

Запропоновано математичну модель задачі планування витрат для розширення функціоналу систем керування бюджетом. Математична модель, що врахує витрати, поточні та можливі прибутки людини, дозволить знайти найкращий план досягнення фінансової мети. Ієрархічні плани досягнення мети пропонується створювати як низку депозитних вкладів, що разом з активними доходами людини надають можливість отримання додаткового пасивного доходу для довгострокових накопичень. Обрати оптимальний план пропонується на базі лінійної адитивної згортки з ваговими коефіцієнтами. На основі моделі запропоновано критерії оцінки якості планів. Розроблена модель апробована під час створення системи керування власним бюджетом.

КЕРУВАННЯ БЮДЖЕТОМ, ПЛАНУВАННЯ ВИТРАТ, ІЄРАРХІЧНИЙ ПЛАН, ФІНАНСОВА МЕТА, ДЕПОЗИТ, КРИТЕРІЙ ЯКОСТІ, ОПТИМАЛЬНИЙ ПЛАН

А.В. Маргина, О.А. Мазурова, М.С. Широкопетлева. Разработка математической модели задачи планирования затрат для системы управления личным бюджетом. Предложена математическая модель задачи планирования расходов для расширения функционала систем управления бюджетом. Математическая модель, которая учитывает расходы, текущие и возможные доходы человека, позволит найти наилучший план достижения финансовой цели. Иерархические планы достижения цели предлагается создавать как ряд депозитных вкладов, которые наряду с активными доходами человека предоставляют возможность получения дополнительного пассивного дохода для долгосрочных накоплений. Выбирать оптимальный план предлагается на базе линейной аддитивной свертки с весовыми коэффициентами. На основе модели предложены критерии оценки качества планов. Разработанная модель апробирована при создании системы управления личным бюджетом.

УПРАВЛЕНИЕ БЮДЖЕТОМ, ПЛАНИРОВАНИЕ ЗАТРАТ, ИЕРАРХИЧЕСКИЙ ПЛАН, ФИНАНСОВАЯ ЦЕЛЬ, ДЕПОЗИТ, КРИТЕРИЙ КАЧЕСТВА, ОПТИМАЛЬНЫЙ ПЛАН

Marhina Anna, Mazurova Oksana, Shirokopetleva Mariya. Development of a mathematical planning model in Budget management system. There was proposed the mathematical model of cost planning problem to expand functional of budget management systems. The mathematical model takes into account costs, current and possible incomes of a person. That model will help to find the best plan for achieving a financial goal. Hierarchical plans for achieving the goal are proposed to be created as a series of deposits, which along with active human income provide an opportunity to receive additional passive income for long-term savings. The optimal plan is proposed on the basis of linear additive convolution with weight coefficients. Plans quality criteria based on the model was proposed. The developed model was approved at creation of a management system for the personal budget.

BUDGET MANAGEMENT, COST PLANNING, HIERARCHICAL PLAN, FINANCIAL PURPOSE, DEPOSIT, QUALITY CRITERION, OPTIMAL PLAN

Введение

Облік та планування бюджету є актуальною проблемою практично для будь-якої сучасної людини. Різноманітність товарів та послуг, а також рівень розвитку фінансової сфери вимагають грамотного розпорядження власними фінансами. В умовах економічної кризи будь-яка коштовна покупка часто вимагає від пересічної людини планування накопичень відповідних коштів з урахуванням поточних прибутків та витрат [1].

На сьогодні існує багато програмних додатків для обліку приватних прибутків та витрат, наприклад, Fentury, Buxfer, BudgetSimple. Однак, вони частіше за все не дозволяють планувати власний бюджет та не підтримують знаходження оптимальних шляхів накопичення коштів. Грамотне планування власного бюджету потребує не тільки урахування таких чинників, як поточні прибутки та витрати, можливі шляхи отримання нових прибутків, а й потребує використання відповідних методів побудови оптимальних планів досягнення тієї чи іншої фінансової мети [2]. Таким чином, існує потреба в розробці програмних систем, що допоможуть керувати власним бюджетом та найкращим чином планувати значні витрати з нього.

1. Аналіз основних досліджень

Найбільш популярним серед підходів теорії прийняття рішень до вирішення оптимізаційних задач є математичне програмування [2, 3]. Але в області побудови фінансових планів [1, 4] існує велика кількість факторів, що необхідно врахувати в математичній моделі оптимізаційної задачі. Крім того, існують такі суб'єктивні фактори як переваги людини, що не дозволяє ефективно використовувати цей достатньо об'єктивний математичний підхід [5, 6, 7].

Теорія планування рішень пропонує методи побудови можливих планів досягнення мети з урахуванням великої кількості факторів [8, 9]: методи календарного, мережевого планування та інші. В цьому випадку, процес фінансового планування може бути інтерпретований як пошук шляху у графі, одна з вершин якого буде відповідати вихідній фінансовій ситуації, а інші вершини – ситуаціям, що утворюється в результаті застосування до вхідної ситуації деяких дій.

Якщо до множини отриманих таким чином можливих планів досягнення фінансової мети застосувати методи підтримки прийняття рішень [6], це дозволить врахувати суб'єктивні переваги людини та отримати справді найкраще рішення в галузі планування власних витрат.

2. Постановка задачі

Отже, для підтримки процесу планування власного бюджету з метою отримання оптимального плану досягнення фінансової мети необхідно розробити математичну модель задачі планування витрат, що врахує власні прибутки та витрати людини, дозволить побудувати плани та знайти найкращий з урахуванням суб'єктивних переваг особи, що приймає рішення (ОПР) [5].

Була поставлена задача розробити математичну модель задачі планування витрат, що дозволить отримати найкращій план досягнення фінансової мети на базі таких пасивних видів доходів, як депозити, та провести її апробації під час створення системи керування власним бюджетом.

3. Математична модель планування витрат

Для задачі $Z =< S_b, S_e, P^{opt} >$ планування власних витрат основними складовими було обрано початковий фінансовий стан людини S_b, кінцевий фінансовий стан S_e (тобто фінансову мету, яку хоче досягти людина), та саме найкраще рішення (план) P^{opt} досягнення цієї мети.

Фінансовий стан людини $S = S(t)$ визначається моментом часу *t*. Отже, у початковий момент планування t_b фінансовий стан — $S_b = S(t_b)$, у кінцевий момент t_e планування — $S_e = S(t_e)$.

Для визначення фінансового стану людини ми обмежилися такими факторами, як фінансові накопичення людини $N(t)$ на момент часу *t*, активні доходи (наприклад, виплати з основної/додаткової роботи) $A(t)$, витрати $R(t)$ на момент часу *t* та пасивні доходи $D(t)$ від депозитів. Отже, фінансовий стан (див. рис. 1) може бути представлений як

$$S = S(t) = F^S\ (N(t), A(t), R(t), D(t)).$$

$N(t) = F^N(C(t))$ — загальне накопичення, що може бути оцінено на базі множини $C(t) = \{C_j(t)\}_{j=1}^m$ накопичень у різних валютах, де $C_j\ (t)$ – накопичення у *j*-й валюті. Накопичення $C_j(t) =< S_j, V_j >$ у валюті визначається сумою S_j у *j*-й валюті та самою валютою V_j. Визначити суму накопичень на момент часу *t* у валюті *i* можна як

$$N^i(t) = \sum_{j=1}^{m} (S_j * CUR_j^i), \qquad (1)$$

де CUR_j^i – курс *j*-й валюти до *i*-ї.

Активні доходи $A(t)$ на момент часу *t* можна визначити як множину $A(t) = \{A_l\ (t)\}_{l=1}^k$ доходів $A_l(t)$, що отримує людина з певною періодичністю як заробітну платню за усіма видами роботи *l*. Окремий активний дохід може бути визначений як

$$A_l(t) = F^A(S_l, t_l^0, d_l, V_l),$$

де S_l – сума *l*-го доходу; d_l – переодичність *l*-го доходу ($d_l = 0$, якщо дохід одноразовий, в іншому випадку $d_l > 0$); V_l — валюта *l*-го доходу.

На початок планування вважатимемо, що всі виплати з активних доходів на момент часу t_b отримано та переведено в розряд накопичень, тобто $A(t_b) = 0$.

Сума *l*-го доходу в *i*-й валюті на момент часу $t^/$ може бути розрахована як

$$A_l^i(t^/) = \begin{cases} S_l * div((t^/ - t_l^0), d_l) * CUR_l^i, \text{ якщо } d_l \neq 0 \\ S_l * CUR_l^i, \text{ якщо } d_l = 0 \text{ та } t_b < t^/ \end{cases}, \qquad (2)$$

де $div((t^/ - t_l^0), d_l)$ – цілочисельне ділення проміжку часу від останньої дати отримання доходу t_l^0 до часу $t^/$ на періодичність отримання доходу d_l.

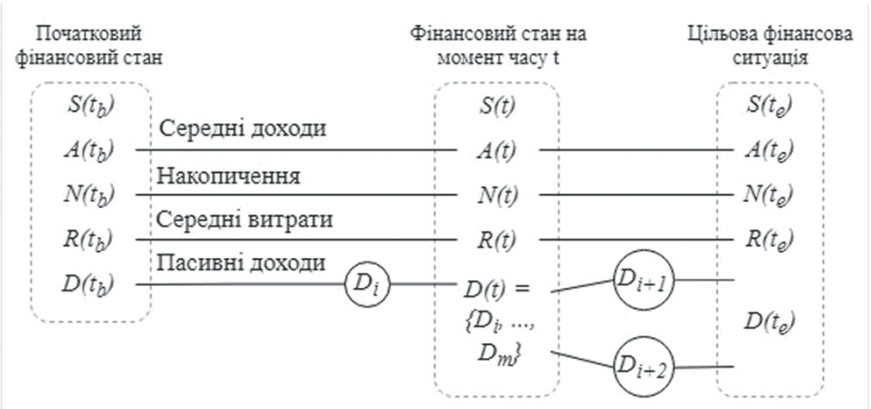

Рис. 1. Схема зміни фінансового стану залежно від часу *t*

Фінансові витрати $R(t)=\{R_n(t)\}_{n=1}^{m}$ на момент часу t складаються з множини різноманітних періодичних (наприклад, квартплата або абон.плата за телефон) та одноразових (сума та періодичність витрат непередбачувані) витрат (наприклад, купівля їжі або витрати на одежу). Кожна витрата може бути промодельована як

$$R_n(t)=F^R(S_n,t_n^0,d_n,V_n),$$

де S_n – сума n-ї витрати; d_n – періодичність n-ї витрати ($d_n=0$, якщо витрата одноразова, в іншому випадку $d_n>0$); V_n – валюта n-ї витрати.

На початок планування t_b

вважатимемо, що всі витрати вже відраховані з накопичень, тобто $R(t_b)=0$.

Сума n-ї витрати в i-й валюті на момент часу $t^/$ може бути вирахувана як

$$R_n^i(t^/)=\begin{cases} S_n * div((t^/ - t_n^0),d_n) * CUR_n^i, \text{ якщо } d_n\neq 0 \\ S_n * CUR_n^i, \text{ якщо } d_n=0 \text{ та } t_b<t^/ \end{cases}, \quad (3)$$

де $div((t^/ - t_n^0),d_n)$ – цілочисельне ділення проміжку часу від останньої дати витрати t_n^0 до моменту $t^/$ на періодичність витрати d_n.

Множина депозитів $D=\{D_p\}_{p=1}^{q}$ складається з активних на момент часу t депозитів

$$D_p=F^D(S_p,t_p,t_{sp},Dep_p)$$

де S_p – сума депозиту; t_p – дата вкладу; t_{sp} – термін вкладу; Dep_p – тип депозиту.

В свою чергу тип депозиту визначається як

$$Dep_p=<Name,Bank,Rel,S_{min},S_{max},t,Per,V),$$

де $Name$ – назва депозиту; $Bank$ – назва банку; Rel – надійність банку за 10-ти бальною шкалою; S_{min} – мінімальна можлива сума вкладу; S_{max} – максимальна сума вкладу; t – термін вкладу; Per – процентна ставка за вкладом; V – валюта.

На початок планування вважатимемо, що всі виплати з депозитів на момент часу t_b вже перейшли до розряду накопичень, тобто $D(t_b)=0$.

Сума, яку можна отримати на момент часу $t^/$ від p-го депозиту може бути вирахувана як

$$D_p(t^/)=\begin{cases} S_p+\dfrac{S_p*(Per_p/100)*t_{sp}}{12}, \; if \; t_p+t_{sp}<t^/ \\ S_p, \; if \; t_p+t_{sp}>t^/ \end{cases} \quad (4)$$

Найкраще рішення P^{opt} з досягнення фінансової мети пропонується розглядати як задачу векторної оптимізації [3, 10]:

$$P^{opt}=\underset{P\in DP}{extremum}\,Q(P),$$

де Q – функція вибору найкращого плану; P – множина планів; DP – множина допустимих планів.

Множина планів $P=\{P^i\}_{i=1}^{n}$ визначається як сукупність планів $P^i=\{P_{kj}^i\}_{j=1,k=1}^{m,n}$, що складаються з під цілей P_{kj}^i. P_{kj}^i пов'язані в ієрархічну структуру та знаходяться на відповідних рівнях k планування.

Кожну підціль P_{kj}^i пропонується розглядати як отримання деякої грошової суми як пасивного доходу від відкриття депозиту. Отже, кожен вузол P_{kj}^i буде добавлено у множину графу P^i на k-му рівні ієрархії на момент часу t_k згідно з умовою: якщо $\exists D_i\in D$, де $S_{min}^i<N(t_k)$ та $t_e-t_k>t_i$, то робимо вклад D_i на суму $S^i=N(t_k)/z$ (якщо $S_{\min}^i\le=N(t_k)/z\le S_{\max}^i$, $z\in\{3,2,1\}$), та $N(t_k):=N(t_k)-S^i$, де S^i – сума вкладу, яка повинна складати третину від існуючих накопичень, t_i – термін вкладу, t_e – кінцевий час планування.

Вузол P_{kj}^i стає кореневою вершиною графу за умови якщо $N(t_k)\ge S$ тоді наступає кінець побудови плану.

Таким чином, задача побудови планів P^i буде складатися з формування послідовності вкладів у депозити з множини D з метою отримати бажану грошову суму S наприкінці терміну планування найкращим чином.

Для пошуку оптимального плану досягнення фінансової мети P^{opt} принцип оптимальності Q оберемо на базі теорії корисності [10, 11], використавши лінійну адитивну згортку з ваговими коефіцієнтами

$$P^{opt}=\max_{i=\overline{1,h}}\sum_{j=1}^{n}\alpha_j\beta_j K_j(P^i),$$

де α_j – нормуючі множники, β_j – вагові коефіцієнти, що відображають відносний внесок окремих критеріїв до загального критерію K; $K_j(P^i)$ – оцінка i-того плану P^i за j-тим критерієм якості.

В якості критеріїв $K=\{K_j\}_{j=1}^{m}$ для оцінки якості [12] планів пропонуються наступні критерії:

– K_1 – строк досягнення мети за планом: чим скоріше, тим краще;

– K_2 – складність плану: чим менша кількість вкладів, що входять до плану, тим краще;

– K_3 – надійність плану: чим надійніші банки, в яких пропонується робити вклади за планом, тим краще.

Строк досягнення мети за планом може бути розрахований як

$$K_1(P^i)=t_b+\sum_{k=1}^{h_i}t_s^k,$$

де t_b – термін початку планування, t_s^k – строк k-го вкладу за планом, h_i – кількість вкладів в плані P^i. Кількість депозитних вкладів, що входять до плану, можна оцінити як $K_2(P^i)=h_i$. Надійність плану може бути оцінена як середнє арифметичне надійності всіх банків, вклади до яких входять до плану: $K_3(P^i)=average_{j=1}^{h_i}(\mathrm{Re}\,l_j)$.

4. Алгоритм планування витрат

На основі запропонованої моделі було розроблено алгоритм планування, що задає процес побудови ієрархічних планів досягнення фінансової мети.

Отже, окремий план із загальної множини планів може мати наступний вигляд (див. рис. 2):

$$P^1 = \{P^1_{11}, P^1_{12}, P^1_{13}, P^1_{21}, P^1_{31}\}$$

Для пошуку кожного вузла P^i_{kj} графу виконується наступний алгоритм:

Крок 1: Перерахунок всіх рахунків $C(t_k)$, що існують на момент часу t_k (де k – номер циклу алгоритму) у накопичення $N^l(t_k)$ в необхідній валюті l згідно з (1) (для $k = 1$, $t_1 = t_b$, $N^l(t_b) = \sum_{j=1}^{m}(S_j * CUR^l_j)$.

Крок 2: Перевірка, чи достатньо накопичень $N^l(t_k)$ для досягнення мети:

2.1 якщо $N^l(t_k) \ge N^l(t_e) = S$, то кінець роботи алгоритму;

2.2 інакше, виконуємо наступний крок;

Крок 3: Розрахунок можливих термінів вкладів в межах інтервалу планування $[t_b; t_e]$ та сум вкладів, що разом не перевищують розмір існуючих накопичень $N^l(t_k)$:

3.1 вибір терміну t^k_s вкладу на k-му циклі: термін планується максимально на рік, якщо дозволяє період планування, або кратним 3-м місяцям за спаданням, тобто 9, 6 або 3 місяці, як це пропонується в депозитних програмах банків, за умов, що на цей термін пропонується максимальна процентна ставка Per_x, отже: $t^k_s = 90*(4-y)$, якщо

$$div(((t_e - t_b) - \sum_{x=1}^{k-1} t^x_s), (365 - 90*y)) \ge 90*(4-y),$$

де $y \in \{0,1,2,3\}$, та $Per = \max(Per_x)^q_{x=1}$, де q – кількість існуючих депозитів із множини $D = \{D_p\}^q_{p=1}$; $j = 1$;

3.2 вибір суми вкладу S^k на k-му кроці циклу: $S^k = \frac{N(t_k)}{z}$, якщо

$$S^x_{min} \le \frac{N(t_k)}{z} \le S^x_{\max},\ z \in \{1,2,3\},$$

де $x = \overline{1,q}$, а q – кількість існуючих депозитів із множини $D = \{D_p\}^q_{p=1}$.

Крок 4: Побудова підцілей планів P^i ($i = \overline{1,h}$):

4.1 генерація j-тих елементів P^i_{kj} i-тих планів для k-го кроку алгоритму ($P^i = \{P^i_{kj}\}^{m,n}_{j=1,k=1}$: в якості елементу плану обирається депозит на термін та суму, що були раніше вирахувані; отже: $P^i_{kj} = D_p \in D$, де $p = \overline{1,q}$ $D_p = \langle S_p, t_p, t_{sp}, Dep_p \rangle$; якщо $S_p = S^k$ та $t_{sp} = t^k_s$;

4.2 перевірка залишку суми накопичення після реалізації j-тих елементів планів:

4.2.1 якщо $N^l(t_k) - S^k > 1000$, то

$$N^l(t_k) := N^l(t_k) - S^k,\ j := j+1$$

та переходимо на крок 3.2 для додавання нових j-тих елементів планів на той же самий термін t^k_s та нову суму;

4.2.2 інакше, йдемо на крок 5;

Крок 5: Перерахунок збережень $C^l(t_{k+1})$ в l–ій валюті для наступного k+1 циклу алгоритму з урахуванням прибутку з депозитів $D(t_k) = \{D_p(t_k)\}^q_{p=1}$ $D(t_k)$ після завершення терміну для вкладів з P^i_{kj}, ($D_p(t_k)$ можна вирахувати за формулою (4)), активних доходів $A^l(t_{k+1}) = \{A^l_i(t_{k+1})\}^m_{i=1}$ ($A^l_i(t_{k+1})$ розраховується за формулою (2)) та фінансових витрат $R^l(t_{k+1}) = \{R^l_i(t_{k+1})\}^m_{i=1}$ ($R^l_i(t_{k+1})$ розраховується за формулою (3)):

$$C^l(t_{k+1}) := C^l(t_k) + A^l(t_{k+1}) - R^l(t_{k+1}) + \sum_{p=1}^{h} D_p(t).$$

Крок 6: Перевірка на досягнення кінця часу планування:

6.1 якщо $t_{k+1} < t_e$, то $k := k+1$ та повертаємося до кроку 1;

6.2 інакше зберігаємо плани та закінчуємо роботу алгоритму.

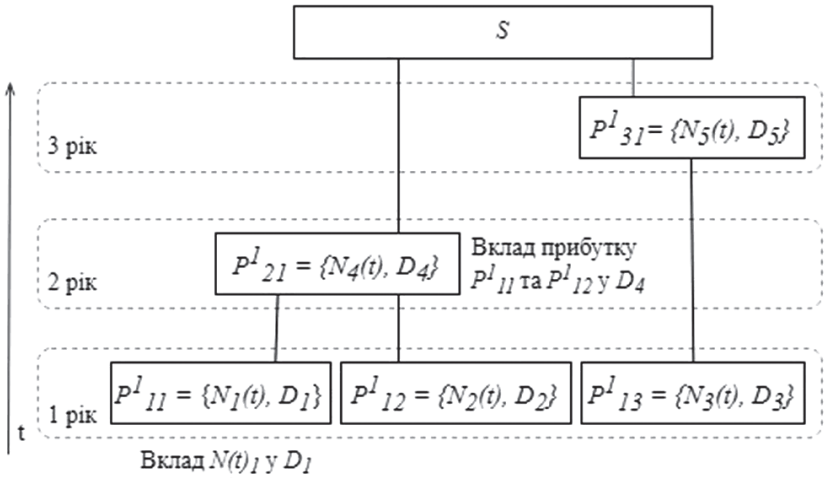

Рис. 2. Фрагмент графу під цілей

5. Апробація моделі та алгоритму в системі керування власним бюджетом

Розроблену модель та алгоритм було покладено в основу програмної системи керування власним бюджетом.

Система є зручним інструментом для підтримки процесу обліку бюджету та планування накопичень. Система надає користувачу можливості структурованого зберігання інформації про доходи, витрати, плани та депозити, підтримує автоматичне додавання регулярних доходів чи витрат, розрахунок доходів від депозитів.

Розроблена система реалізовує наступні функції:

– додавання нових доходів та витрат;

– додавання інформації про кредити та депозити;

– отримання інформації з сайтів банків про вигідні пропозиції щодо депозитів;

– розрахунок термінів накопичення коштів;

– планування фінансових цілей заданого обсягу і на заданий інтервал часу з урахуванням активних та пасивних доходів;

– перегляд статистичної інформації у вигляді таблиць та графіків;

– робота з кількома рахунками одночасно;

– перерахунок коштів із однієї валюти у іншу за поточним курсом валют.

Систему розроблено за допомогою мови програмування C# за шаблоном MVC. Для зберігання даних використано СКБД Microsoft SQL Server . Технологія доступу до даних — ADO.NET Entity Framework.

Інтерфейс програмної системи дозволяє зручно переглядати історію транзакцій, прогрес планування, прогрес отримання коштів по депозиту, також знаходити, фільтрувати та сортувати необхідну інформацію.

Висновки та перспективи

Розроблена модель та алгоритм дозволяють формалізувати процес планування накопичень та були покладена в основу системи керування власним бюджетом. Суттєво новим в роботі є використання поняття пассивного прибутку від депозиту як основи побудови планів з досягнення фінансової мети. Розроблена система керування власним бюджетом завдяки розширеному функціоналу буде корисна для підтримки грамотного розпорядження власними коштами.

Список літератури:

1. *Чиненов, М.В.* Бюджетное планирование и прогнозирование / М.В. Чиненов – М.: Издательство: «Де-По», 2008. – 118 с. **2.** *Ларіонов Ю. І.* Математичні методи системного аналізу і дослідження операцій / Ю.І. Ларіонов — К.: ІСДО, 1994. 128 с. **3.** Введение в нормативную теорию принятия решений. Методы и модели: монография / В.В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Соколова, В.Е. Ходакова; под ред. Э.Г. Петрова. – Херсон : Гринь Д. С., 2013. – 282 с. : іл. – ISBN 978-617-7123-23-0. **4.** *Brodbeck, F.C., Kugler, K.G., Reif, J.A.M., Maier, M.A* Morals matter in economic games // PLoS ONE. 2013. 8(12), e81558. **5.** *Айзерман М.А.* Выбор вариантов (основы теории) / М.А. Айзерман, Ф.Т. Алескеров. – М. Наука , 1990. **6.** *Гребеннік І. В.* Методи підтримки прийняття рішень: навч. посібник /І.В. Гребеннік, Т.Є. Романова, А.Д. Тевяшев, Г.М Яськов; МОН України, Харк. нац. ун-т радіоелектроніки. – Харків: ХНУРЕ, 2010. – 127 с. **7.** *Reichert, P., Langhans, S.D., Lienert, J., Schuwirth, N.* The conceptual foundation of environmental decision support //Journal of Environmental Management. 2015. 154, pp. 316-332. **8.** Fuzzy multiple attributes and multiple hierarchical decision making/ Cheng-Chuang Hon, Yuh-Yuan Guh, Kou-Ming Wang, E. S. Lee — Computers & Mathematics with Applications, Volume 32, Issue 12, December 1996, Pages 109-119. **9.** *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями, Дрофа 2006. **10.** *Witt, U.* The transformations of utility theory: a behavioral perspective /Journal of Bioeconomics. 2016. 18(3), pp. 211-228. **11.** *Milan Zeleny,* Multiple Criteria Decision Making (MCDM): From Paradigm Lost to Paradigm Regained? / Journal of Multi Criteria Decision Analysis, 2011, Volume 18, Issue 1-2. **12.** *Labreuche, C.* A general framework for explaining the results of a multi-attribute preference model // Artificial Intelligence. 2011. 175(7-8), pp. 1410-1448.

Надійшла до редколегії 16.02.2018