

УДК 004.94: 519.688



М.С. Широкопетлева¹, О.А. Пономаренко², З.В. Дудар³

¹ХНУРЕ, м. Харків, Україна, marija.shirokopetleva@nure.ua;

²ХНУРЕ, м. Харків, Україна, oleksandr.ponomarenko1@nure.ua;

³ХНУРЕ, м. Харків, Україна, zoya.dudar@nure.ua

ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Стаття присвячена опису і порівнянню моделей прогнозування часових рядів і виявленню можливостей застосування різних моделей для вирішення задач прогнозування з різними вихідними даними: часові інтервали, наявність сезонності та/або трендів. Крім цього, серед двох популярних методів прогнозування ARIMA і ANN проведені більш детальний огляд і практичне порівняння на прикладі реальних часових рядів вартості житнього хліба в Україні, визначені похибки прогнозування на короткостроковий і довгостроковий періоди. Оцінка похибки проводилася з використанням програмної системи, представленої в даній статті, шляхом порівняння відхилення результатів прогнозування від реальних даних за останній період, що становить 1/4 вихідних даних. Згідно з отриманими результатами зроблено висновки щодо ефективності обох методів і потенційних можливостей їх майбутнього використання. Також пропонується використовувати представлену програмну систему для екстраполяції рядів в різних областях, таких як економіка, технічні системи, освіту, природні та соціальні системи.

ЧАСОВІ РЯДИ, ПРОГНОЗУВАННЯ, МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ, ІНТЕГРОВАНА МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕСІЇ – КОВЗНОГО СЕРЕДНЬОГО, ШТУЧНІ НЕЙРОННІ МЕРЕЖІ, ПОРІВНЯННЯ

М.С. Широкопетлева, А.А. Пономаренко, З.В. Дудар. Сравнение методов прогнозирования временных рядов. Статья посвящена описанию и сравнению моделей прогнозирования временных рядов и выявлению возможностей применения различных моделей для решения задач прогнозирования с различными исходными данными: временные интервалы, наличие сезонности и/или трендов. Кроме этого, среди двух популярных методов прогнозирования ARIMA и ANN проведены более подробный обзор и практическое сравнение на примере реальных временных рядов стоимости ржаного хлеба в Украине, определены погрешности прогнозирования на краткосрочный и долгосрочный периоды. Оценка погрешности проводилась с использованием программной системы, представленной в данной статье, путем сравнения отклонения результатов прогнозирования от реальных данных за последний период, составляющий 1/4 исходных данных. Согласно полученным результатам сделаны выводы относительно эффективности обоих методов и потенциальных возможностей их будущего использования. Также предлагается использовать представленную программную систему для экстраполяции рядов в различных областях, таких как экономика, технические системы, образование, природные и социальные системы.

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ, МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ, ИНТЕГРИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ – СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО, ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ, СРАВНЕНИЕ

Mariya Shirokopetleva, Oleksandr Ponomarenko, Zoya Dudar. Comparison of time series forecasting methods. The article is devoted to the description and comparison of time series forecasting models and identifying the possibilities of using various models for solving forecasting problems with different initial data: time intervals, presence of seasonality and / or trends. In addition, among the two popular ARIMA and ANN forecasting methods, a more detailed review and practical comparison was made using the example of real time series of the cost of rye bread in Ukraine, forecast errors for the short and long term were identified. The estimation of the error was carried out using the software system presented in this article by comparing the deviation of the prediction results from the real data for the last period, which is 1/4 of the original data. According to the results obtained, conclusions were drawn regarding the effectiveness of both methods and the potential possibilities of their future use. It is also proposed to use the presented software system for extrapolating series in various fields, such as economics, technical systems, education, natural and social systems.

TIME RANGES, FORECASTING, MODEL OF FORECASTING, AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE, ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS, COMPARISON

Вступ

Прогнозування передбачає майбутні події на основі даних минулого чи теперішнього часу. Цей процес описує наукове дослідження перспектив розвитку для будь-якого процесу. І найчастіший спосіб представляти ці процеси — використання часових рядів.

Часові ряди — це послідовність деяких значень вимірювань, упорядкованих за їхнім виглядом в інтервалі часу. У часовому ряді є два обов'язкові

елементи: відмітка часу і значення, пов'язане з ним.

1. Класифікація часових рядів

Існує багато типів класифікації часових рядів. Вони можуть бути розділені за часом, за частотою отримання значень часових рядів, за балансом між стабільним середнім рівнем тощо.

Також часові ряди можна розділити за часовим горизонтом прогнозування. Прогнози можуть бути

короткостроковими, середньостроковими або довгостроковими. Однак у цьому питанні є важливе уточнення. Діапазони тривалості прогнозів і навіть їх кількість відрізнятимуться від завдання до завдання. Це означає, що різні часові ряди матимуть власний, відмінний від інших, класифікацію тривалості дії.

Говорячи про часові ряди, слід розрізнити концепцію методу прогнозування та модель прогнозування, які є подібними через їх співвідношення.

Метод прогнозування описує порядок дій, що необхідно зробити, щоб отримати модель прогнозування часових рядів. Також метод має виконувати операції, щоб оцінити якість прогнозних значень.

У той же час модель прогнозування є функціональним представленням часових рядів. Це наша основа для прогнозування значень майбутнього процесу. Загальний ітеративний спосіб побудови моделі прогнозування складається з наступних кроків:

1) Вибір класу загальних моделей для прогнозування часових рядів для вибраного часового горизонту. Зазвичай цей клас вибирається на підставі минулого досвіду.

2) Вибір моделі підкласу. Для більшості моделей прогнозування існує безліч варіантів підмоделей. Цей крок вимагає більш глибокого аналізу часових рядів та вимог прогнозування.

3) Аналіз параметрів моделі. Для цього кроку потрібні дані, які дозволяють вказати атрибути моделі прогнозування. Зазвичай це найбільш трудомістка частина роботи, тому що цей крок враховує багато історичних параметрів часових рядів.

4) Верифікація отриманої моделі. Часто, потрібно взяти одну або декілька областей, які будуть використовуватися для тестування прогнозу та оцінки точності. Елементи, які використовуються для перевірки, називаються контрольно-пропускними пунктами.

5) Аналіз результатів. Якщо точність отриманих результатів на попередньому кроці є достатньою, то вважається, що модель готова до використання. В іншому випадку, можна послідовно повторити попередні кроки, починаючи з першого.

Існує два варіанти постановки проблеми прогнозування часових рядів. Перший варіант враховує дані, доступні тільки для цього часового ряду. Другий варіант дозволяє використовувати набори даних, які співвідносяться з існуючими часовими рядами, але взяті ззовні розглянутих рядів. За звичайним підходом, ці додаткові дані також повинні бути представлені як часові ряди. У даній роботі увага буде зосереджена насамперед на часових рядах без впливу зовнішніх чинників.

Як згадувалося вище, часові ряди прогнозування вимагають визначення моделі прогнозування. Метою створення моделі прогнозування є створення моделі з мінімальним середнім абсолютним відхиленням реальної вартості від прогнозу. Наші розрахунки обмежені горизонтом, який також можна назвати часом виконання.

2. Порівняння моделей прогнозування

На основі роботи [1] можна побудувати приbliżну класифікацію методів і моделей прогнозування.

По-перше, ми розподіляємо методи прогнозування на дві групи: інтуїтивні та формалізовані методи.

Інтуїтивні методи засновані на експертних оцінках. Ці методи застосовуються до систем, опис яких погано оформлений або не може бути формалізований.

Формалізовані методи визначають математичну залежність, яка дозволяє прогнозувати майбутнє значення процесу, тобто побудувати модель прогнозування.

Оскільки інтуїтивні методи не можуть бути описані функціонально, будуть розглянуті лише формалізовані. Тепер ми можемо описати моделі прогнозування. Вони також умовно можна розділити на дві категорії: моделі доменів та моделі часових рядів.

Перша група описує моделі, прив'язані до певної теми, і які не можуть бути повністю переведені в інші предметні області.

У той же час друга група описує моделі, які шукають залежності в рамках самого процесу. Ці моделі є універсальними для різних предметних областей, тобто їх загальний вигляд не змінюється в залежності від характеру часових рядів.

Тепер ми можемо вилучити з розгляду ще одну категорію і не враховувати модель предметних областей. Це безглуздо, оскільки їх кількість еквівалентна кількості предметних областей. Тим не менше, ми можемо класифікувати моделі часових рядів. Вони знову будуть розділені на дві групи: статистичні моделі та структурні моделі.

Статистичні моделі описують взаємозв'язок між минулим та майбутнім значенням за допомогою рівнянь. До них відносяться: моделі регресії (лінійна та нелінійна регресія), авторегресійні моделі (ARIMAX, GARCH та ін.), Модель експоненціального згладжування тощо.

Структурні моделі визначають однакові залежності у вигляді певної структури та правил переходу на неї. До них відносяться: моделі штучних нейронних мереж, моделі, засновані на ланцюгах Маркова, моделі моделей класифікації та регресії

тощо. У ряді робіт [2], [3], [4] зазначено, що на сьогоднішній день найбільш поширеними моделями прогнозування є авторегресійні моделі (ARIMAX), а також нейромережеві моделі (ANN). Крім цього, в дослідженнях [5], [6] наведені ідеї, що дозволяють використовувати обидва підходи одночасно, наприклад, використовуючи нейронні мережі для розбиття даних на кластери, а ARIMA — для побудови безпосередньо прогнозу часового ряду.

Слід також зазначити, що якщо модель ARIMA (X) давно і широко відома, нейронні мережі досі має безліч нерозглянутих частин, оскільки інтерес до них з'являється з певною періодичністю.

Однак, незважаючи на сказане вище, вже зараз обидві моделі показали себе, як ефективні, тому варто їх порівняти, для більш повного і всебічного розуміння предметної області.

3. Математична модель

Штучна нейронна мережа — це математична модель, побудована на принципі організації та функціонування біологічних нейронних мереж — нервових клітинних мереж живого організму. З погляду математики це система пов'язаних і взаємодіючих обчислювальних одиниць, званих нейронами. Простий приклад нейронної мережі показаний на рисунку 1.

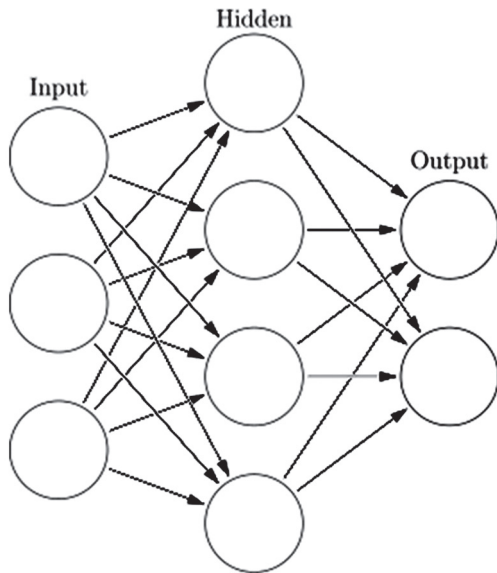


Рис. 1. Приклад штучної нейронної мережі (ANN)

Цей приклад ANN складається з трьох шарів: вхід, прихований і вихідний. Ці шари є основними етапами процесу роботи ІНН. Вхідний шар отримує інформацію, прихований шар (або шари) обробляє його, а вихідний шар повертає результати.

У свою чергу, нейрон — це обчислювальна одиниця, яка отримує інформацію, обчислює її та передає її далі. Вони поділяються на три основних типи, як і відповідні шари. Приклад нейрона показаний на рисунку 2.

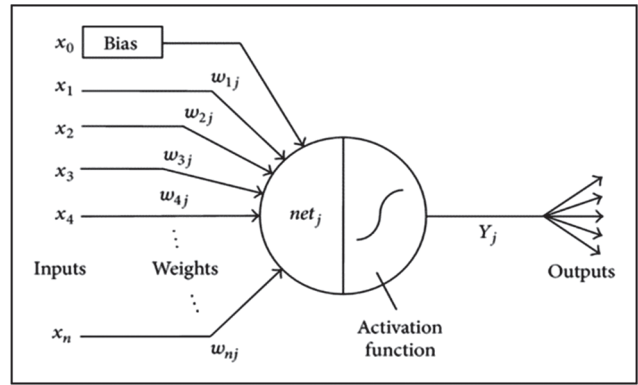


Рис. 2. Приклад нейрона

Як викладено вище, нейрон отримує набір сигналів. Вони можуть бути або взяті ззовні, або передані іншими нейронами. Отримані значення помножуються на ваговий коефіцієнт. Таким чином, нейрон отримує всі дані в функції-суматорі, представленій нижче:

$$u = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i, \quad (1)$$

де ω — вектор синаптичних ваг і x — вектор вхідних значень.

Тепер нам потрібно передати отримане значення в функцію активації. Зазвичай логістична функція (сигмоїд) та її похідні приймаються як активатор. Формула (2) показує приклад такої функції:

$$S(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x + 1}, \quad (2)$$

де x — результат функції-суматора. Значення цієї функції знаходиться в діапазоні від 0 до 1.

Тоді результат роботи переноситься на наступні пов'язані нейрони або на вихід. Подальші дії в мережі можуть відрізнитися в залежності від її типу.

Приблизно нейронна мережа навчається за наявними даними. Проте, якщо нейронна мережа передає дані лише з одного зразка, вона може налаштувати результати спеціально для нього. Щоб уникнути цієї ситуації, дані для тренувань поділяються на три категорії: навчання, тестування та перевірки.

Навчальна група даних впливає на навчальний процес і служить джерелом даних для нейронної мережі. Група тестування необхідна для перевірки результатів навчання за подібними даними. У той же час він забезпечує належну підготовку нейронної мережі. Група підтвердження/перевірки потрібна як остаточний тест мережі. Вона вступає у гру, коли розробник неодноразово задоволений результатами проходження навчань та тестування зразків.

Для створення зразків вихідні дані можна розділити на декілька частин у різних пропорціях. Це дає змогу мати дані одного типу, які не спричинять впливу на мережу через часте виникнення в процесі навчання.

Звичайно, кожне завдання вимагає свого підходу та точності, однак, правило ділення «70/20/10» часто використовується на практиці. Сімдесят відсотків даних потрапляє на навчання, двадцять на тест, а десять відсотків залишаються на останньому контрольній точці — перевірка.

Тепер, зрозумівши основи побудови та навчання ANN, ми проаналізуємо метод ARIMA.

Модель ARIMA, вона ж інтегрована модель авторегресії — ковзного середнього або модель Бокса-Дженкінса, є узагальненням ARMA-моделі і додає до даної моделі складову інтеграції. Найбільш простим способом для розбору даної моделі буде розбиття її за складовими акроніма.

AR — авторегресія. Дана складова являє собою модель часових рядів, в якій поточне значення часового ряду лінійно залежить від попередніх значень цього ж ряду. Формула авторегресії порядку p виглядає, як:

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \epsilon_t, \quad (3)$$

де a_i — параметр моделі, він же, коефіцієнт авторегресії (визначається через систему рівнянь), ϵ_t — білий шум, c — постійна.

При використанні моделі авторегресії необхідно визначити порядок p і кількість рівнянь, необхідне для максимально точного прогнозу за допомогою коефіцієнтів авторегресії.

I — інтеграція. При прогнозуванні часового ряду $Z(t)$ може виникнути ситуація, що прогноз буде точнішим і простіше при роботі не з самим процесом $Z(t)$, а з його зміною, тобто, в такому випадку, ми отримуємо часовий ряд

$$\bar{Z}(t) = Z(t) - Z(t-1), \quad (4)$$

Після цього, ми так само використовуємо модель авторегресії.

Також варто відзначити дві деталі. Застосовувати прийом з інтеграцією можна двічі, отримуючи таким чином інтеграцію другого порядку. Однак, в той же час, варто відзначити, що брати порядок більше другого не має сенсу.

Крім цього, в разі наявності у ряду періодичності, наприклад, добової або годинної, то різниця рядів можна отримувати з урахуванням періоду. В такому випадку, для прикладу тимчасового ряду з похвилинними вимірами, формула може виглядати як:

$$\bar{Z}(t) = Z(t) - Z(t-60), \quad (5)$$

MA — ковзне середнє. Дана модель використовує залежність між наглядом і залишковою помилкою від моделі ковзного середнього, застосованої до спостережень, що містить викиди. Під викидами в даному випадку маються на увазі «піки» і «западини», що вибиваються із загального фону тимчасового ряду.

Використання моделі ковзного середнього обумовлено як раз згладжуванням подібних подібних ділянок. Формула простого ковзного середнього порядку n має вигляд:

$$SMA_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i}, \quad (6)$$

де p_{t-i} — значення вихідної функції в точці $t-i$, n — кількість значень вихідної функції для розрахунку ковзного середнього, її також називають згладжуючим інтервалом.

Таким чином, дізнавшись структуру і основні закономірності, що лежать в основі методів ARIMA і ANN, ми можемо провести їх практичне порівняння на тимчасових рядах.

4. Експериментальне порівняння результатів прогнозування з використанням методів ARIMA та ANN

Як приклад візьмемо щомісячний тимчасовий ряд вартості тонни житнього хліба з України в проміжку від січня 2012 року до жовтня 2018. Його зображено на рисунку 3.

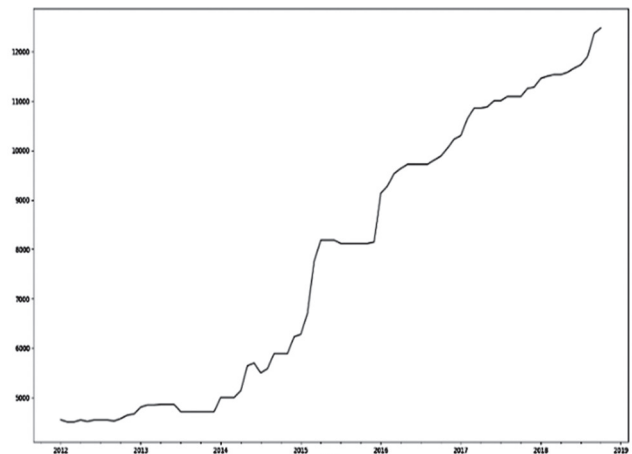


Рис. 3. Часовий ряд вартості хліба за тонну

Для побудови прогнозу часового ряду воспользуємося моделлю ARIMA з наступними параметрами: ARIMA (p, d, q) = ARIMA (5, 1, 0), де p — кількість спостережень за затримкою, включених в модель, також називається порядком запізнювання, d — кількість раз, коли необроблені спостереження будуть диференційовані, також називається ступенем диференціації, q — розмір вікна ковзної середньої, також званий порядком ковзної середньої. На малюнку 4 представлений прогноз останніх 12 місяців часового ряду.

Таблиця 1 наводить порівняння очікуваних і реальних значень часового ряду. Помилка прогнозування обчислюється як:

$$E = \frac{(v_{\text{реал}} - v_{\text{ожд}})}{v_{\text{реал}}}, \quad (7)$$

Таблиця 2

Порівняння та похибка ANN-методу.

Значення місяця	Реальне значення ($v_{\text{реал}}$)	Прогнозоване значення ($v_{\text{ожд}}$)	Похибка прогнозу (E)
11/2017	11255,30	11240.233434	0,001339
12/2017	11282,61	11270.412341	0,001081
01/2018	11458,82	11495.942533	-0,003239
02/2018	11502,31	11573.437618	-0,006184
03/2018	11533,98	11566.127683	-0,002787
04/2018	11533,98	11592.643498	-0,005086
05/2018	11582,67	11624.876249	-0,003644
06/2018	11663,32	11691.359675	-0,002404
07/2018	11735,57	11703.135786	0,002763
08/2018	11897,85	11982.138124	-0,007084
09/2018	12368,51	12217.165807	0,012236
10/2018	12478,97	12322.415602	0,012545

Бачимо, що абсолютна похибка прогнозу для ARIMA-прогнозу дорівнює 0,007875, а для ANN-прогнозування — 0,005033, що є припустимим відхиленням при прогнозуванні.

5. Опис прототипу веб-системи прогнозування

Для розробки веб-системи використано кілька технологій, частина з яких взяла на себе відображення контенту, частина займається зв'язком з іншими складовими програмної системи. Для розробки серверної частини використано Django Framework. Взаємодія між клієнтом та сервером відбувається через HTTPS-з'єднання. Для опису моделей прогнозування використовуються бібліотеки:

- numpy — розширення мови Python, що додає підтримку великих багатовимірних масивів і матриць, разом з великою бібліотекою високорівневих математичних функцій для операцій з цими масивами;
- scipy — відкрита бібліотека високоякісних наукових інструментів для мови програмування Python;
- sklearn — безкоштовна бібліотека машинного навчання для Python,
- pandas — популярна бібліотека для обробки і аналізу даних;
- matplotlib — бібліотека на мові програмування Python для візуалізації даних двовимірної (2D) графікою (3D графіка також підтримується);
- pillow — бібліотека, призначена для роботи з растровою графікою.

Основним компонентом даної системи є серверна частина. В якості СУБД було обрано PostgreSQL. Дана система є популярним рішенням, з великою підтримкою та документацією. Модульний рівень містить основні класи, що описують бізнес-модель.

Для виклику методів використовується REST API, створене за допомогою django-rest-framework,

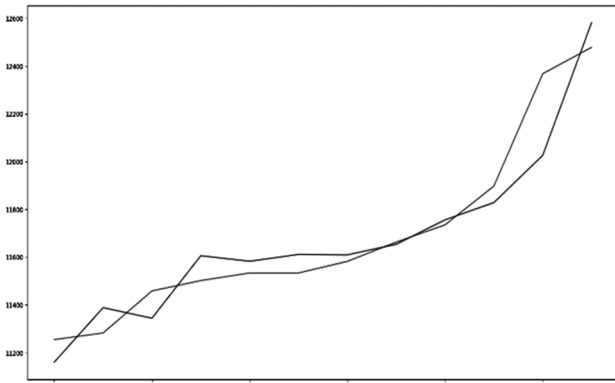


Рис. 4. ARIMA-прогноз останніх 12 місяців часового ряду

Таблиця 1

Порівняння та похибка ARIMA-методу

Значення місяця	Реальне значення ($v_{\text{реал}}$)	Прогнозоване значення ($v_{\text{ожд}}$)	Похибка прогнозу (E)
11/2017	11255,30	11160,634571	0,008411
12/2017	11282,61	11388,754791	-0,009408
01/2018	11458,82	11344,667999	0,009962
02/2018	11502,31	11606,377510	-0,009048
03/2018	11533,98	11583,260397	-0,004273
04/2018	11533,98	11611,704373	-0,006739
05/2018	11582,67	11609,905483	-0,002351
06/2018	11663,32	11654,096395	0,000791
07/2018	11735,57	11756,559486	-0,001789
08/2018	11897,85	11828,813015	0,005802
09/2018	12368,51	12026,622196	0,027642
10/2018	12478,97	12582,273452	-0,008278

Тепер проведемо аналогічні обчислення для часового ряду за допомогою штучних нейронних мереж. Для аналізу даних за допомогою нейронної мережі скористаємося типовою тришаровою мережею з одним прихованим шаром. Результати аналізу можна побачити на рисунку 5.

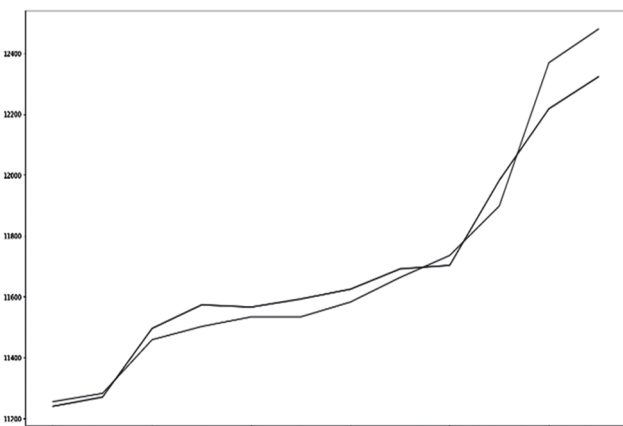


Рис. 5 ANN-прогнозування останніх 12 місяців часового ряду

Числові результати роботи, реальні значення та похибку штучної нейронної мережі сформульовано у таблиці 2.

яке допомагає обробляти потік даних по протоколу HTTP.

Сервер розподілений на кілька рівнів, що пов'язані між собою. До рівнів додатку входять: власне рівень API, бізнес-рівень, рівень доступу до бази даних.

Для розробки сайту було використано стандартний набір технологій: HTML, CSS, JS, JQuery, AJAX.

На рис.6 наведено сторінку з критичними відхиленнями прогнозу, його середньоквадратична похибка та додаткові дані, залежно від методу (значення коефіцієнту згладжування, тощо).

На рисунку 7 продемонстровано відносні похибки кожного з методів на кожному кроці створення прогнозу, зведені у єдину таблицю. Під даною таблицею приведено значення середньо-

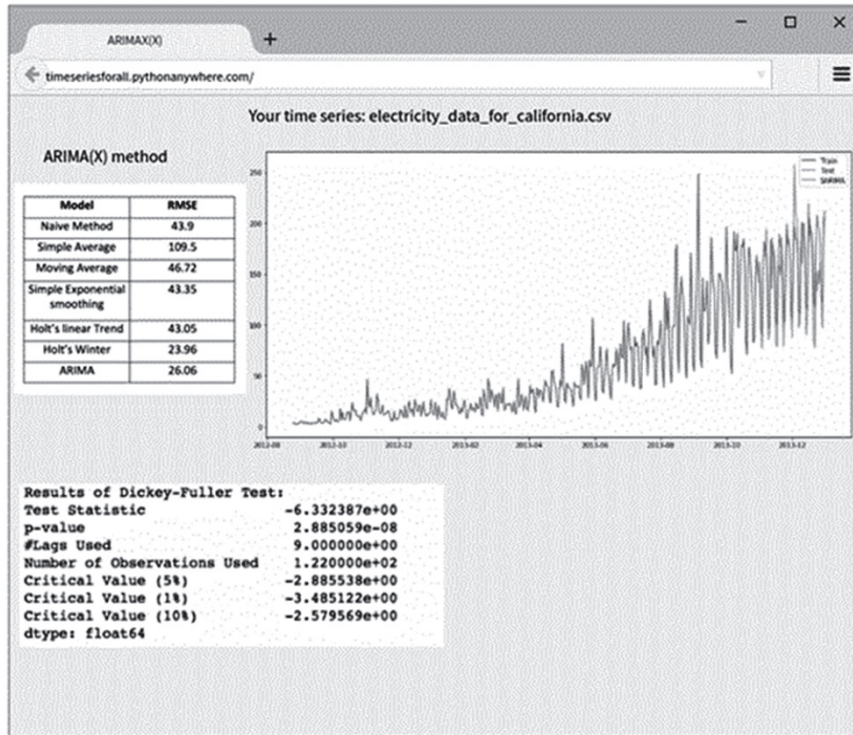


Рис. 6. Приклад вікна детальних результатів прогнозу завантаженого ряд

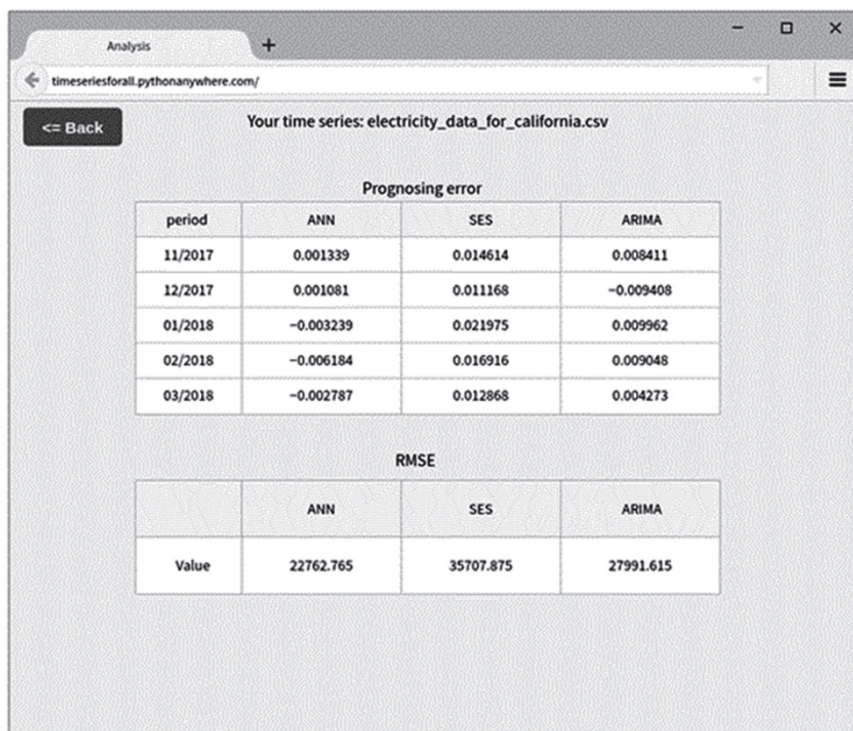


Рис. 7. Приклад вікна похибок прогнозів

квадратичного відхилення (RMSE) для кожного з методів.

Дана версія проекту надає змогу завантажити числовий ряд у форматі .csv, на основі яких, після аналізу будуть створені прогнози за допомогою трьох методів. Окрім цього, отримані графіки можна завантажити для подальшого аналізу.

Висновки

В межах даної роботи були розглянуті та проаналізовані такі методи прогнозування часових рядів, як ARIMA і ANN. Продуктивність обох методів була перевірена на однакових часових рядах. Результати показали, що і модель ARIMA, і модель ANN можуть досягти гарного прогнозу при застосуванні до реальних проблем і, таким чином, можуть ефективно використовуватися для задач прогнозування. Також, варто відзначити, що нейронмерева модель має більш високу точність прогнозу на проміжках часу, найбільш близьких до вихідних даних, в той же час, модель ARIMA і, відповідно, споріднені з нею, краще визначають напрямки і значення прогнозу на «далеких ділянках» часових рядів, і таким чином, добре себе показують для довгострокового прогнозування.

Отримані результати дозволяють висунути ідеї про використання обох моделей одночасно, що може компенсувати недоліки кожної з них. В першу чергу, моделі можуть бути використані окремо, для більш точного прогнозування значень на необхідний часовий проміжок. Також, через різницю у результатах можна висунути ідеї про поєднання вищезазначених методів. В першу чергу, можна казати про використання обох методів з врахуванням розгляду лише певних періодів в кожному з них. Однак, існує більш цікава альтернатива. Один з методів (звичай, штучні нейронні мережі) можна

застосувати для вирішення задачі кластеризації, що дозволить краще виокремити діапазони для прогнозування. А після цього, до отриманих наборів даних використати ARIMA-прогнозування.

Список літератури:

- [1] Чучуева И.А. Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия, диссертация ... канд. тех. наук / Московский державный технический университет им. Н.Е. Баумана. Москва, 2012.
- [2] Егошин А.В. Анализ і прогнозування складних стохастичних сигналів на основі методів ведення кордонів реалізацій динамічних систем: Автореферат дисертації ... канд. техн. наук. Санкт-Петербург, 2009. 19 с.
- [3] Gheyas I.A., Smith L.S. A Neural Network Approach to Time Series Forecasting // Proceedings of the World Congress on Engineering, London, 2009 Vol 2 [електронний ресурс]. P. 1292 — 1296. URL: www.iaeng.org/publication/WCE2009/WCE2009_pp1292-1296.pdf (дата звернення 28.10.2018).
- [4] Alfares H.K., Nazeeruddin M. Electric load forecasting: literature survey and classification of methods // International Journal of Systems Science. 2002 Vol 33. P. 23 — 34.
- [5] Hinman J., Hickey E. Modeling and forecasting short term electricity load using regression analysis // Journal of Institute for Regulatory Policy Studies [електронний ресурс]. 2009. 51 p. URL: <http://www.irps.ilstu.edu/research/documents/LoadForecastingHinman-HickeyFall2009.pdf> (дата звернення 28.10.2018).
- [6] A. Jain, A. M. Kumar, "Hybrid neural network models for hydrologic time series forecasting," Applied Soft Computing Journal, vol. 7, no. 2, pp. 585-592, 2007.
- [7] J. Sterba and K. Hilovska, "The implementation of hybrid ARIMA neural network prediction model for aggregate water consumption prediction," Aplimat-Journal of Applied Mathematics, vol. 3, no. 3, pp. 123-131, 2010.

Поступила до редколегії 21.11.2018