

УДК 004.032.26

Е.В.Бодянский¹, К.Э.Петров², А.А.Дейнеко³¹ХНУРЭ, г.Харьков, Украина, yevgeniy.bodyanskiy@nure.ua²ХНУРЭ, г.Харьков, Украина, kostiantyn.petrov@nure.ua³ХНУРЭ, г.Харьков, Украина, anastasiia.deineko@nure.ua

ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩАЯ РАДИАЛЬНО-БАЗИСНАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ И ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ

Предложен подход к формированию архитектуры и обучению эволюционирующей радиально-базисной нейронной сети (RBFN), которая обрабатывает данные, поступающие в режиме online. Он состоит из двух этапов. Первый из них базируется на использовании самоорганизующейся карты Т. Кохонена (SOM), которая отвечает за управление количеством нейронов RBFN и настройку расположения центров ядерных функций в режиме самообучения. Второй этап отвечает за ее обучение с применением метода экстремального обучения (ELM). Данный подход позволяет избежать «проклятия размерности» при формировании RBFN, а также существенно повысить скорость ее обучения.

ЭВОЛЮЦИОНИРУЮЩАЯ СИСТЕМА, САМООРГАНИЗУЮЩАЯСЯ КАРТА Т. КОХОНЕНА, ЯДЕРНАЯ ФУНКЦИЯ, МЕТОД ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ

Є.В. Бодянський, К.Е. Петров, А.А. Дейнеко. Еволюційуюча радіально-базисна нейронна мережа та екстремальне навчання її параметрів. Запропоновано підхід до формування архітектури і навчання еволюційуючої радіально-базисної нейронної мережі (RBFN), яка обробляє дані, що надходять в режимі online. Він складається з двох етапів. Перший з них базується на використанні самоорганізаційної карти Т. Кохонена (SOM), яка відповідає за управління кількістю нейронів RBFN і налаштування розташування центрів ядерних функцій в режимі самонавчання. Другий етап відповідає за її навчання із застосуванням методу екстремального навчання (ELM). Даний підхід дозволяє уникнути «прокляття розмірності» при формуванні RBFN, а також істотно підвищити швидкість її навчання.

ЕВОЛЮЦІОНУЮЧА СИСТЕМА, САМООРГАНІЗАЦІЙНА КАРТА Т. КОХОНЕНА, ЯДЕРНА ФУНКЦІЯ, МЕТОД ЕКСТРЕМАЛЬНОГО НАВЧАННЯ

Y.V. Bodyansky, K.E. Petrov, A.A. Deineko. *Evolving radial basis neural network and extreme learning of its parameters.* In the paper proposes an approach to the formation of the architecture and training of the evolving radial-basis neural network (RBFN), which processes the data in sequential online mode. It consists of two stages. The first one is based on the use of the T. Kohonen self-organizing map (SOM), which is responsible for managing the number of RBFN neurons and setting the location of the centers of kernel functions in self-learning mode. The second stage is responsible for its training using the method of extreme learning (ELM). This approach allows to avoid the “curse of dimensionality” in the formation of RBFN and significantly increase the speed of its learning.

EVOLVING SYSTEM, T. KOHONEN SELF-ORGANIZING MAP, KERNEL FUNCTION, EXTREME LEARNING MACHINE

Введение

В настоящее время искусственные нейронные сети (ИНС) широко используются для эффективного решения различного рода задач интеллектуального анализа данных, таких как прогнозирование, классификация, кластеризация и т. п. И все это благодаря своим универсальным аппроксимирующим свойствам и способности обучаться на основе экспериментальных данных поступающих от объекта исследования.

Особый интерес представляет разработка систем, которые обрабатывают поступающие последовательности данных в реальном масштабе времени (в режиме online). Эти задачи относятся к области динамического анализа данных (Dynamic Data Mining и Data Stream Mining) [1]. Особенности решения такого рода задач являются высокие требования к скорости обработки данных, что непосредственно связано со скоростью обучения, используемых для их решения

ИНС. В этих условиях существенным преимуществом обладают нейронные сети, чей выходной сигнал линейно зависит от настраиваемых параметров. И в первую очередь к таким сетям можно отнести радиально-базисные нейронные сети (RBFN) [2], для обучения которых традиционно используют быстродействующие гауссовско-ньютоновские (рекуррентный МНК и его модификации или фильтр Калмана), квазиньютоновские (алгоритм Левенберга-Марквардта), градиентные (алгоритмы Качмажа-Уидроу-Хоффа и Гудвина-Рэмеджа-Кэйнеса) или экстремальные (метод ELM) процедуры.

Главной проблемой при синтезе RBFN является определение необходимого количества нейронов, формирующих архитектуру сети, поскольку недостаточное их число «ухудшает» ее аппроксимирующие свойства, а их излишек ведет к возникновению эффекта «проклятия размерности» (экспоненциальному росту числа нейронов с ростом

размерности входного пространства). Решение этой проблемы возможно на основе построения эволюционирующих систем вычислительного интеллекта [3].

Таким образом, актуальным и целесообразным представляется разработка подхода к обучению параметров и формированию архитектуры RBFN, при котором структура нейронной сети может изменяться в процессе обучения, т. е. количество ее нейронов может как увеличиваться (growing mode), так и уменьшаться (pruning mode) в online-режиме по мере поступления на ее вход новой информации.

1. Содержательная постановка задачи

Реализация этого подхода связана с решением задачи построения гибридной эволюционирующей искусственной нейронной сети, которая базируется на RBFN с переменным количеством нейронов и самоорганизующейся карте Т. Кохонена (SOM) [4], отвечающей за управление количеством нейронов RBFN и настройку расположения центров ядерных функций в режиме самообучения.

Процесс функционирования этой сети может быть упрощенно описан так.

При поступлении первого наблюдения оно подается на вход RBFN, где формируется первый нейрон по принципу «нейроны в точках данных» [4], т. е. практически мгновенно. При поступлении последующих наблюдений они, вначале поступают в SOM (обрабатываются в SOM), где происходит сравнение с уже существующими центроидами (ядрами), а затем, если совпадений не обнаружилось формируется новый центроид (ядро) и соответственно новый нейрон в RBFN.

Таким образом на первом этапе формируется структура RBFN на основе SOM, а на втором — производится ее обучение с использованием метода экстремального обучения (ELM) [5].

Рассмотрим более подробно реализацию этих этапов.

2. Управление количеством нейронов в RBFN (формирование структуры нейронной сети)

Исходной информацией для реализации первого этапа является выборка (возможно растущая) наблюдений $x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N), \dots$, в которой $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \dots \ x_n(k)]$, $x(k) \in R^n$ и, соответственно, $y(1), y(2), \dots, y(k), \dots, y(N), \dots$, где $y(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \ \dots \ y_m(k)]$, $y(k) \in R^m$.

Как было отмечено выше, наиболее сложным моментом формирования структуры RBFN является определение необходимого количества нейронов сети по мере поступления (online) на ее вход новых наблюдений.

Для решения этой задачи воспользуемся идеями, лежащими в основе эволюционирующих систем вычислительного интеллекта, адаптированных к обработке информации в режиме реального масштаба времени.

В рамках развиваемого подхода предлагается следующий алгоритм управления количеством нейронов в RBFN [6].

Шаг 0. Задаются: Δ — порог неразличимости векторов центров c_i активационных ядерных функций $\phi_i(x, c_i, \sigma_i)$, $i = \overline{1, h}$ ($h \leq H$); H — максимально допустимое количество нейронов в RBFN ($H \gg n$ и $H \leq N$) и параметр ширины σ_i , определяющего локальную область входного пространства, на которую реагирует функция $\phi_i(x, c_i, \sigma_i)$ (например, $\sigma_i^2 = 0,33^2 \ \forall i = \overline{1, h}$ при $-1 \leq x_j(k) \leq 1$, $j = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, N}$).

Шаг 1. При поступлении наблюдения $x(1)$ формируется первый центр $c_1 = x(1)$ и сама активационная ядерная функция.

Без потери общности, для определенности, в качестве активационной будем рассматривать гауссову функцию вида:

$$\phi_i(x, c_i, \sigma_i) = e^{-\frac{\|x - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}}. \quad (1)$$

В итоге формируется функция

$$\phi_1(x, c_1, \sigma_1) = e^{-\frac{\|x - x(1)\|^2}{2\sigma_1^2}}.$$

Таким образом, уже с поступления первого наблюдения начинается обучение сети по принципу «нейроны в точках данных» [4].

Шаг 2. При поступлении наблюдения $x(2)$:

1) если выполняется условие

$$\|x(2) - c_1\| \leq \Delta, \quad (2)$$

то наблюдение $x(2)$ не формирует новый центр и исключается из обучающей выборки;

2) если

$$\Delta < \|x(2) - c_1\| \leq 2\Delta, \quad (3)$$

то c_1 корректируется согласно WTA-правилу самообучения Т. Кохонена [4] следующим образом:

$$c_1 := c_1 + \eta(2)(x(2) - c_1),$$

где $0 < \eta(k) < 1$ — параметр шага настройки;

3) если же

$$2\Delta < \|x(2) - c_1\|, \quad (4)$$

то формируется новая радиально-базисная функция $\phi_2(x, c_2, \sigma_2)$ с центром $c_2 = x(2)$:

$$\phi_2(x, c_2, \sigma_2) = e^{-\frac{\|x - c_2\|^2}{2\sigma_2^2}} \quad \text{или} \quad \phi_2(x, c_2, \sigma_2) = e^{-\frac{\|x - x(2)\|^2}{2\sigma_2^2}}.$$

Шаг N. Пусть к моменту поступления N -го входного образца $x(N)$ сформировано $h < H$

активационных функций $\varphi_i(x, c_i, \sigma_i)$ с центрами c_i , $i = \overline{1, h}$.

При поступлении на вход наблюдения $x(N)$ вначале определяется центр $c^0 = c_i$, ближайший к $x(N)$, т. е. c_i , для которого расстояние $\|x(N) - c_i\|$, $i = \overline{1, h}$ минимально среди всех h имеющихся центров. Далее проверяются условия:

$$\begin{aligned} \|x(N) - c^0\| &\leq \Delta; \\ \Delta < \|x(N) - c^0\| &\leq 2\Delta; \\ 2\Delta < \|x(N) - c^0\|. \end{aligned}$$

В результате $x(N)$ либо игнорируется, либо происходит коррекция центра c^0 , либо создается новая радиально-базисная функция $\varphi_{h+1}(x, c_{h+1}, \sigma_{h+1})$.

Процесс наращивания количества R-нейронов скрытого слоя RBFN может быть продолжен до достижения их количества равного H .

Рекомендованное количество ядер (скрытых нейронов) H для RBFN можно определить из эмпирической формулы:

$$H = \text{floor}[n + 0.618(n - m)],$$

где floor — наибольшее целое число, которое меньше или равно данному; n — количество нейронов входного слоя; m — количество нейронов выходного слоя.

Если в сети сформировано $h = H$ радиально-базисных функций, эволюционирующая RBFN переходит из режима обучения, основанного на памяти по принципу «нейроны в точках данных» в режим обучения, основанного на методе экстремального обучения (ELM).

При этом в процессе корректировки центров сформированных радиально-базисных функций постоянно контролируется расстояние между ними. Если выясняется, что

$$\|c_l - c_t\| \leq \Delta, \quad \forall l = \overline{1, h}, t = \overline{1, h}, l \neq t, h \leq H,$$

то соответствующий R-нейрон с активационной функцией $\varphi_l(x, c_l, \sigma_l)$ исключается из сети.

Таким образом, при формировании данной нейронной сети реализуются принципы эволюционного обучения П. Ангелова — Н. Касабова [3] и самообучения Т. Кохонена [4].

Далее подробно рассмотрим второй этап, связанный с экстремальным обучением сформированной на первом этапе RBFN.

3. Экстремальное обучение RBFN

На рис. 1 приведена стандартная схема радиально-базисной сети с n входами и m — выходами, содержащая h — нейронов (ядер) скрытого слоя, которая реализует нелинейное преобразование вида

$$y_j = F_j(x) = w_{j0} + \sum_{i=1}^h w_{ji} \varphi_i(x, c_i, \sigma_i), \quad j = \overline{1, m},$$

где $\varphi_i(x, c_i, \sigma_i) = \Phi_i(\|x - c_i\|, \sigma_i)$ — радиально-базисная симметричная ядерная функция (выход i -го нейрона), определяющая свойства сети и зависящая от расстояния $\|x - c_i\|$ между входом, который задан матрицей $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ и центром c_i (центр i -го нейрона), а так же параметра ширины σ_i , выделяющего локальную область входного пространства, на которую реагирует эта ядерная функция; w_{ji} — весовой коэффициент связи i -ого ядра (нейрона скрытого слоя) с j -ым выходом (выходным нейроном) сети.

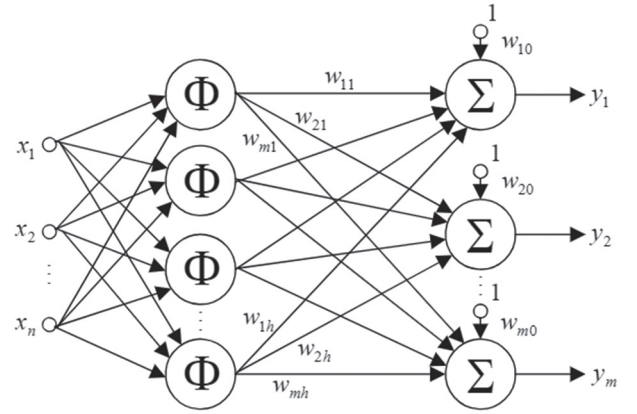


Рис. 1. Радиально-базисная нейронная сеть

Предполагается, что $\varphi_i(x, c_i, \sigma_i)$ является нелинейной, ограниченной, интегрируемой и всюду непрерывной функцией. Такие ядерные функции включают в себя, в том числе, широко используемую гауссову функцию.

Как было отмечено выше, в качестве активационной будем использовать гауссову функцию вида (1).

4. Расширение метода экстремального обучения (ELM) для случая RBFN

ELM может быть линейно расширен на случай SLFN (Single hidden layer feedforward neural network) с ядерными RBF [7].

Пусть заданы матрицы входных признаков (экземпляров)

$$X = \begin{bmatrix} x(1) \\ \dots \\ x(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_n(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1(N) & x_2(N) & \dots & x_n(N) \end{bmatrix}_{N \times n}$$

и выходных классов (результатов)

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(1) & y_2(1) & \dots & y_m(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(N) & y_2(N) & \dots & y_m(N) \end{bmatrix}_{N \times m}.$$

Обозначим через w_{ji} — весовой коэффициент связи i -ого ядра (нейрона скрытого слоя) с j -ым выходом (выходным нейроном) сети.

Тогда математическая модель RBFN с h ядрами (см. рис. 1) может быть записана так:

$$\sum_{i=0}^h w_i \varphi_i(x(k), c_i, \sigma_i) = o(k), \quad k = \overline{1, N},$$

где

$$w_0 = [1 \ 1 \dots 1], \quad w_i = [w_{1i} \ w_{2i} \dots w_{mi}],$$

$$\varphi_0(x(k), c_0, \sigma_0) = 1, \quad \varphi_i(x(k), c_i, \sigma_i) = \Phi_i(\|x(k) - c_i\|, \sigma_i),$$

$$x(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \dots x_n(k)]$$

и, соответственно $o(k) = [o_1(k) \ o_2(k) \dots o_m(k)]$.

Подобно случаю SLFN, стандартные RBFN с h ядрами могут аппроксимировать эти N данных с нулевой ошибкой. Это означает, что

$$\sum_{k=1}^N \|o(k) - y(k)\| = 0,$$

где $y(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \dots y_m(k)]$. Т. е. существуют w_i , c_i и σ_i такие, что

$$\sum_{i=0}^h w_i \varphi_i(x(k), c_i, \sigma_i) = y(k), \quad k = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что для нахождения значений матрицы синаптических весов W необходимо решить систему линейных уравнений, которая в матричной форме может быть записана так:

$$\Phi W = Y, \quad (6)$$

где

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_1(x(1), c_1, \sigma_1) & \varphi_2(x(1), c_2, \sigma_2) & \dots & \varphi_h(x(1), c_h, \sigma_h) \\ 1 & \varphi_1(x(2), c_1, \sigma_1) & \varphi_2(x(2), c_2, \sigma_2) & \dots & \varphi_h(x(2), c_h, \sigma_h) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \varphi_1(x(N), c_1, \sigma_1) & \varphi_2(x(N), c_2, \sigma_2) & \dots & \varphi_h(x(N), c_h, \sigma_h) \end{bmatrix}_{N \times (h+1)}$$

$$W = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \dots \\ w_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ w_{11} & w_{21} & \dots & w_{m1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{1h} & w_{2h} & \dots & w_{mh} \end{bmatrix}_{(h+1) \times m}$$

матрица выходных весов нейронов скрытого слоя сети;

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(1) & y_2(1) & \dots & y_m(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(N) & y_2(N) & \dots & y_m(N) \end{bmatrix}_{N \times m}.$$

Подобно SLFN, Φ называется выходной матрицей скрытого слоя сети RBFN где i -й столбец Φ , $i = \overline{1, h}$, является выходом i -го нейрона (ядра) относительно входов $x(1), x(2), \dots, x(N)$.

Поскольку на практике сеть обучается с использованием конечных обучающих выборок $(x(k), y(k))$, $k = \overline{1, N}$, отыскание $\min_W \|f_h - f\|$, эквивалентно нахождению $\min_W \|\Phi W - Y\|$. Для фиксированных центров ядер c_i и параметров ширины σ_i обучение RBFN эквивалентно нахождению решения \tilde{W} с помощью метода наименьших квадратов для системы линейных уравнений $\Phi W = Y$:

$$\|\Phi \tilde{W} - Y\|^2 = \min_W \|\Phi W - Y\|^2.$$

Однако в большинстве практических применений $h \neq N$ (количество нейронов (ядер) может быть намного меньше числа обучающих данных, т. е. $h \ll N$), и для матрицы W может не существовать таких w_i , $i = \overline{0, h}$ что $\Phi W = Y$.

Единственное наилучшее приближенное решение \tilde{W} по методу наименьших квадратов указанной линейной системы можно найти следующим образом:

$$\tilde{W} = \Phi Y,$$

где $\Phi = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ — псевдообратная матрица (матрица Мура-Пенроуза) для случая невырожденной матрицы Φ .

Таким образом, подобно SLFN, алгоритм экстремального обучения (ELM) для RBFN может быть сформулирован таким образом.

5. Алгоритм ELM для RBFN

Заданы: обучающий (тренировочный) набор данных $(x(k), y(k))$, $x(k) \in R^n$ и $y(k) \in R^m$, $k = \overline{1, N}$, вид ядерной функции $\varphi_i(x, c_i, \sigma_i)$ и предельное количество нейронов H (ядер) RBFN.

Шаг 1. Определяем центры c_i ядерных функций $\varphi_i(x, c_i, \sigma_i)$ с помощью SOM, а также их параметры ширины σ_i , $i = \overline{1, h}$ (т. е. формируем RBFN с h ядрами в соответствии с подходом описанным выше).

Шаг 2. Вычисляем в скрытом слое сформированной RBFN значения выходной матрицы Φ .

Шаг 3. Вычисляем значения матрицы выходных весов W в соответствии с формулой: $W = \Phi Y$.

В результате получаем обученную RBFN.

6. Иллюстративный пример

Для апробации предложенной архитектуры нейронной сети рассмотрим задачу прогнозирования хаотического ряда, описываемого дифференциальным уравнением Мэкки-Гласса [8], которое задается следующим уравнением ($\gamma = 0.1$, $\beta = 0.2$, $\tau = 17$):

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \beta \frac{x_\tau}{1 + x_\tau^n} - \gamma x, \quad \gamma, \beta, n > 0, \quad (7)$$

где γ , β , n — некоторые коэффициенты; x_τ — значение переменной x в момент времени $(t - \tau)$.

В зависимости от значений параметров, уравнение воспроизводит ряд периодических и хаотических колебаний. В работе, эти значения были вычислены с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка. Временной шаг принят равным 0.1, начальные условия $x(0) = 1.2$. График уравнения Мэкки-Гласса приведен на рис. 2.

В качестве тестовой традиционно используются задача прогнозирования значения $x(k + 6)$

временного ряда (7) с параметром задержки $k = 17$ по значениям $x(k-18)$, $x(k-12)$, $x(k-6)$ и $x(k)$.

Для обучения нейронных сетей использовались первые 500 значений ряда, а для проверки – следующие 500.

На рис. 3. представлен процесс эволюции рецепторных полей ($c_1, \Sigma_1, c_2, \Sigma_2$) двух активационных функций эволюционирующей RBFN,

для случая online прогнозирования ряда Мэкки-Гласса (7).

Перед началом обработки полученный временной ряд нормировался таким образом, чтобы его значения находились в интервале $[-1; 1]$. После этого начиналось обучение нейронной сети. Результаты аппроксимации, обучения и прогнозирования представлены на рис. 4 – 6.

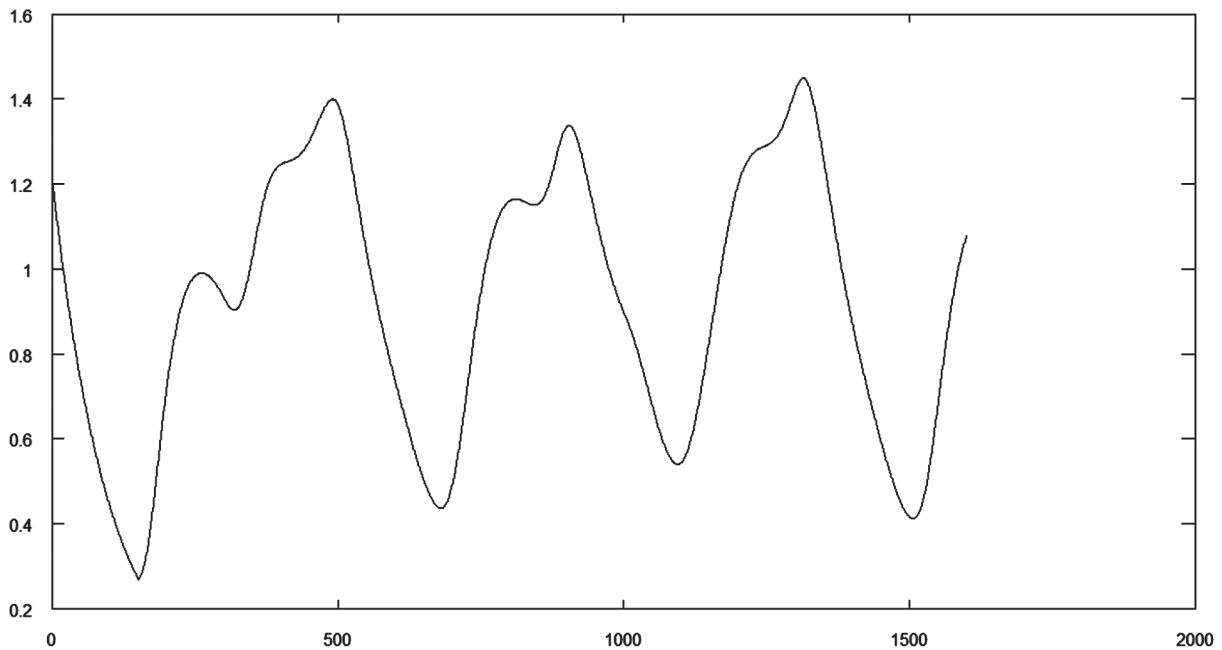


Рис. 2. График уравнения Мэкки-Гласса

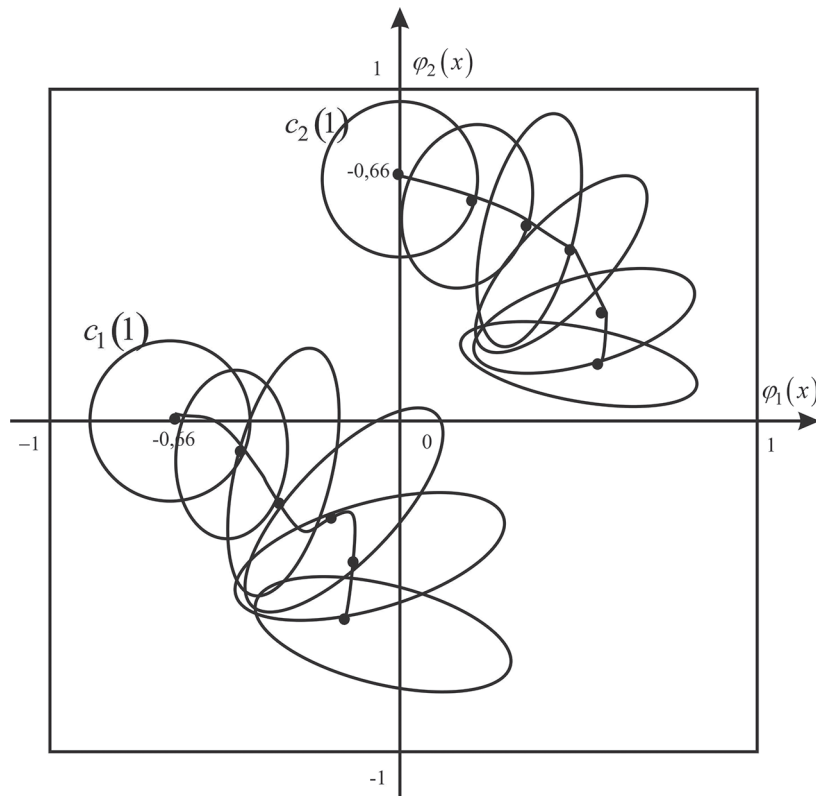


Рис. 3. Процесс эволюции рецепторных полей двух активационных функций эволюционирующей радиально-базисной нейронной сети

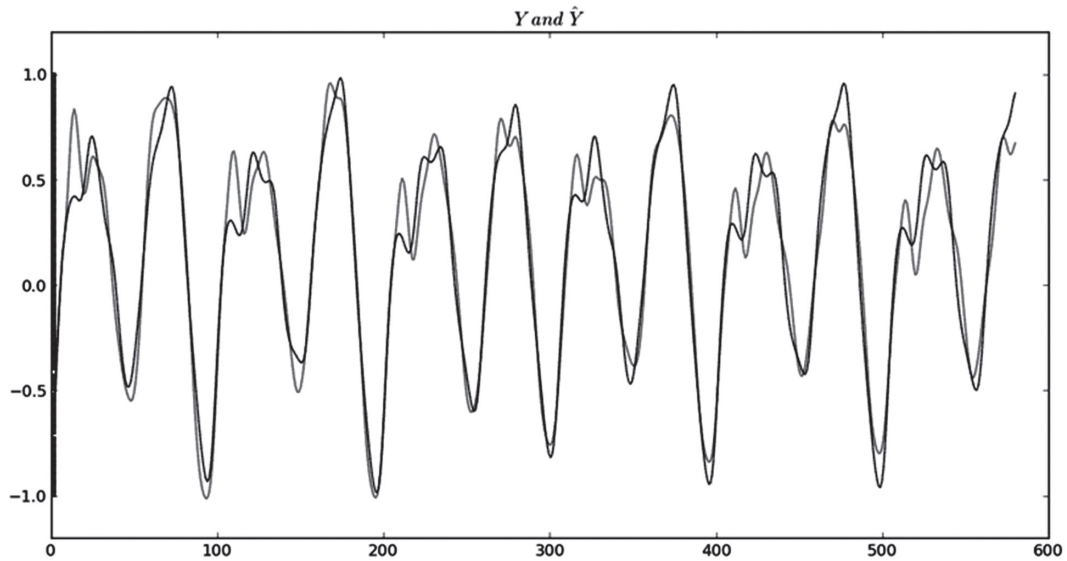


Рис. 4. Результаты аппроксимации временного ряда Мэки-Гласса

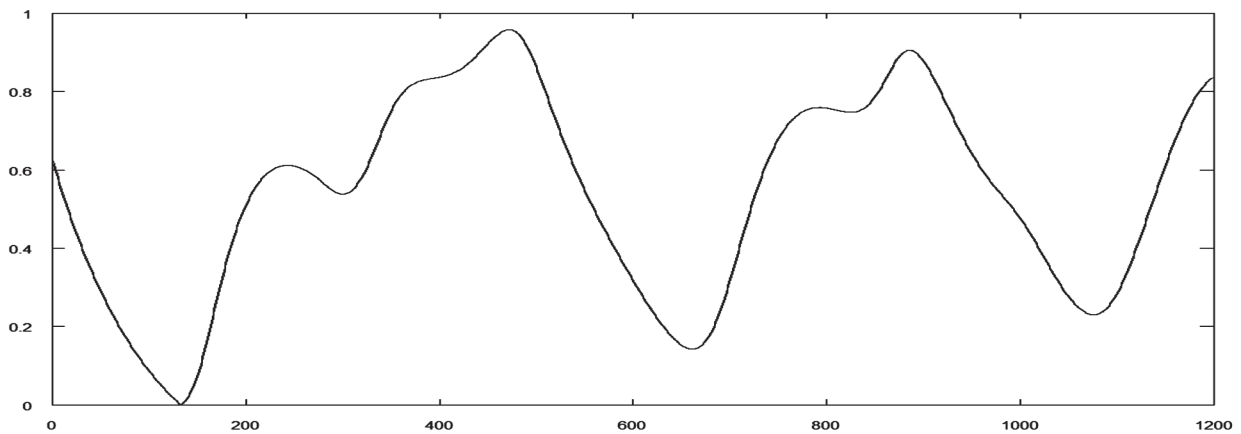


Рис. 5. Результаты обучения нейронной сети

При этом ошибка обучения составила 0.02%. Такие точные результаты обосновываются стационарностью свойств ряда Мэки-Гласса.

Далее система была переведена в режим прогнозирования значений. Прогнозирование значений ряда производилось в online-режиме, причем пересчет настраиваемых параметров сети, а это — центры функций принадлежности и синаптические веса, не производился по причине стационарности ряда Мэки-Гласса. Было принято решение спрогнозировать 700 значений, а затем сравнить с истинными значениями ряда. Результаты прогнозирования приведены на рис. 6 и рис. 7.

Прогнозирование значений было организовано таким образом: на каждой итерации процедуры предсказания прогнозируемое значение при помощи квадратичного критерия ошибки сравнивалось с истинным, а результат сохранялся. Система быстро адаптировалась к подаваемым ей на вход значениям, и в результате разница между истинным и прогнозируемым значением значительно снизилась.

Заключение

Предложенный в работе подход к обучению эволюционирующей радиально-базисной нейронной сети позволяет в режиме реального масштаба времени производить не только настройку выходных весов ИНС и параметров радиально-базисных функций, но и дает возможность изменять саму архитектуру сети в процессе поступления новой информации на ее вход. Это позволило решить проблему «проклятия размерности», которая присуща RBFN.

Использование метода экстремального обучения (ELM) вместо традиционных методов и относительная компактность архитектуры сети обеспечили высокую скорость ее обучения при приемлемой точности результатов, что было подтверждено рядом вычислительных экспериментов в ходе проведения имитационного моделирования.

В перспективе необходимо провести эксперименты связанные с установлением зависимости скорости обучения RBFN и точности результатов от использования различных видов активационных

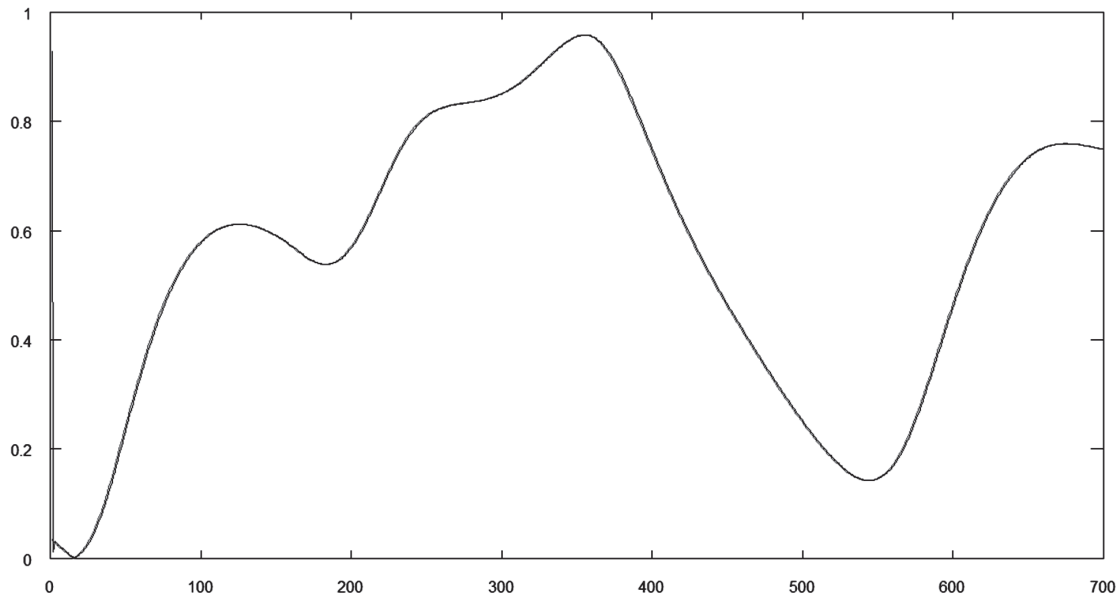


Рис 6. Результаты прогнозирования значений ряда Мэкки-Гласса

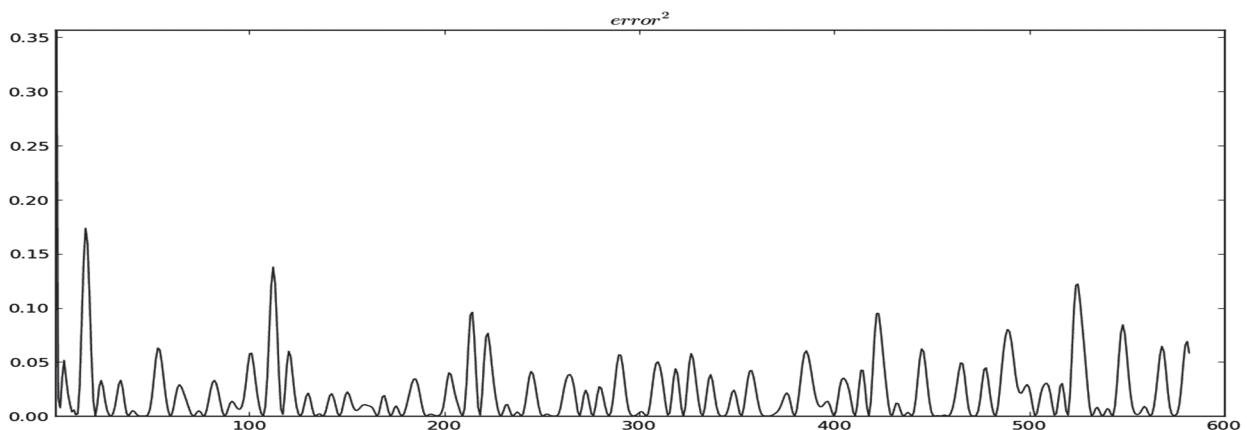


Рис. 7. График изменения ошибки аппроксимации на временном ряде Мэкки-Гласса

ядерных функций, таких например, как функции В. Епанечникова [9], Коши, различных потенциальных функций [10], а также оценок Парзена [11] и т. п.

Список литературы:

- [1] Bifet A. Adaptive Stream Mining: Pattern Learning and Mining from Evolving Data Streams / A. Bifet // IOS Press. – 2010. – 224 p.
- [2] Park J. Universal approximation using radial-basis-function networks / J. Park, I.W. Sandberg // Neural Computation. – 1991. Vol. 3. P. 246 –257.
- [3] Angelov P. Evolving computational intelligence systems / P. Angelov, N. Kasabov // Proc. 1st Int. Workshop on Genetic Fuzzy Systems. – Granada, Spain, 2005. P. 76 – 82.
- [4] Kohonen T. Self-Organizing Maps / T. Kohonen // Berlin: Springer-Verlag. – 1995. – 362 p.
- [5] Huang G.-B. Extreme Learning Machine: Theory and applications / G.-B. Huang, Q.-Y. Zhu, C.-K. Siew // Neurocomputing. – 2006. Vol. 70. P. 489 – 501.
- [6] Bodyanskiy Y.V. An evolving radial basis neural network with adaptive learning of its parameters and architecture / Y.V. Bodyanskiy, A.K. Tyshchenko, A.A. Deineko // Automatic Control and Computer Sciences. – 2015. – 49 (5). – P. 255–260.
- [7] Huang G.-B. Extreme Learning Machine with Randomly Assigned RBF Kernels. / G.-B. Huang, C.-K. Siew // International Journal of Information Technology. – 2005. Vol. 11, No. 1. P. 16 – 24.
- [8] Гласс, Л. От часов к хаосу. Ритмы жизни. / Л. Гласс, М. Мэкки – М.: Мир. – 1991. – 107 с.
- [9] Епанечников В.А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности / В.А. Епанечников // Теория вероятностей и ее применение – 1968 – 14 – №1 – С. 156 – 161.
- [10] Айзерман М. А. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. / М. А. Айзерман, Э.М. Браверман, Л.И Розоноэр // М.: Наука, 1970. – 384 с.
- [11] Parzen E. On the estimation of a probability density function and the mode / E. Parzen // Ann. Math. Statist. – 1962. – 38. – P. 1065 – 1076.

Поступила в редколлегию 16.10.2019