

УДК 004.681

DOI 10.30837/bi.2019.2(93).05

С.Г. Удовенко¹, Д.В. Келембет², В.А. Затхей³

¹ Доктор технічних наук, завідувач кафедри інформатики та комп'ютерної техніки, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, serhiy.udovenko@hneu.net; ORCID id: 0000-0001-5945-8647

² Аспірант кафедри електронних обчислювальних машин, Харківський національний університет радіоелектроніки, kelembet@gmail.com; ORCID id: 0000-0002-5853-4166

³ Кандидат технічних наук, доцент кафедри інформатики та комп'ютерної техніки, Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця, zathey_va@ukr.net; ORCID id: 0000-0003-4426-7789

КЕРУВАННЯ НЕЛІНІЙНИМИ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКИХ PDC-РЕГУЛЯТОРІВ

Досліджено особливості побудови алгоритмів PDC - керування нелінійними об'єктами з використанням дискретних локальних ТС-моделей. Запропоновано схеми PDC – регуляторів з компенсацією статистичних помилок за рахунок введення в структуру системи керування цифрових інтеграторів і наступного обчислення коефіцієнтів регулятора для кожної з афінних підмоделей. Наведено результати моделювання розглянутої схеми для керування нелінійними технологічними процесами. Визначено перспективи використання запропонованого підходу.

PDC-КЕРУВАННЯ, НЕЧІТКИЙ РЕГУЛЯТОР, КОМПЕНСАЦІЯ СТАТИЧНИХ ПОМИЛОК

Исследованы особенности построения алгоритмов PDC - управления нелинейными объектами с использованием дискретных локальных ТС-моделей. Предложены схемы PDC - регуляторов с компенсацией статистических ошибок за счет введения в структуру системы управления цифровых интеграторов и последующего вычисления коэффициентов регулятора для каждой из аффинных подмоделей. Приведены результаты моделирования рассматриваемой схемы для управления нелинейными процессами. Определены перспективы использования предложенного подхода.

PDC-УПРАВЛЕНИЕ, НЕЧЕТКИЙ РЕГУЛЯТОР, КОМПЕНСАЦИЯ СТАТИЧЕСКИХ ОШИБОК

The features of the construction of PDC algorithms - control of nonlinear objects using discrete local TS-models are investigated. Schemes of PDC - controllers with compensation of static errors due to the introduction of digital integrators into the control system structure and the subsequent calculation of controller coefficients for each of the affine submodels are proposed. The simulation results of the considered scheme for controlling nonlinear processes are presented. The prospects of using the proposed approach are determined.

PDC-CONTROL, FUZZY REGULATOR, STATIC ERROR COMPENSATION

Вступ

Вирішення проблеми створення цифрових регуляторів для складних багатопараметричних технологічних об'єктів (в енергетиці, хімічній технології тощо) може бути засноване на описі динаміки цих об'єктів нечіткими моделями, в яких залежності між вхідними, вихідними змінними і змінними станів представляються за допомогою нечітких правил [1]. Завдання нечіткої ідентифікації та нечіткого керування пов'язані з необхідністю застосування різних методів апроксимації нечітких систем [2, 3].

Такі методи можуть бути, зокрема, засновані на застосуванні нечітких моделей типу Такагі-Сугено (ТС [4]). У порівнянні з іншими підходами до моделювання керування процесів нечітке моделювання типу ТС не вимагає попередніх знань рівнянь динаміки системи, а ґрунтується тільки на реєстрованих даних. Декомпозиція нелінійної динаміки системи за допомогою локальних підмоделей може служити альтернативою вирішення проблем моделювання та управління для нелінійних об'єктів відносно простим

способом. Після моделювання здійснюється синтез нечіткого ТС- керування на основі отриманої моделі.

Нечітке ТС-керування отримало розвиток в системах керування нелінійними об'єктами різного функціонального призначення, в тому числі мобільними роботами та неперервними технологічними агрегатами [5, 6]. Зокрема, перспективним є використання нечітких регуляторів з ТС-моделлю для керування газоперекачувальними агрегатами (ГПА) компресорних станцій газотранспортної системи [7].

У контурах керування з ТС-моделями широко застосовуються нечіткі регулятори типу PDC (регулятори з паралельною розподіленою компенсацією – parallel distributed compensation) і квадратичний синтез [8]. Зокрема, інтерес представляє підхід до субоптимального лінійного квадратичного керування зі зворотним зв'язком за станом, заснований на використанні афінної ТС-моделі в дискретному часі [9].

У даній роботі досліджується завдання розробки алгоритмів PDC-керування нелінійними об'єктами керування (ОК) з використанням дискретних

локальних ТС-моделей. Зокрема, одним з таких завдань є побудова схем PDC-регуляторів з компенсацією статичних помилок за рахунок введення в структуру системи керування цифрових інтеграторів і наступного обчислення коефіцієнтів регулятора для кожної з афінних підмоделей. Прикладним застосуванням таких регуляторів може бути оптимізація технологічних режимів роботи ГПА.

1. Принцип побудови субоптимальних нечітких PDC-регуляторів

Концепція PDC-керування передбачає побудову лінійного закону керування зі зворотним зв'язком за станом для кожної локальної моделі нечіткої системи. Синтез закону керування полягає у визначенні для кожної з локальних моделей матриць коефіцієнтів, наприклад, використовуючи LMI-оптимізацію (за допомогою лінійних матричних нерівностей (linear matrix inequalities – LMI)) або оптимізацію за квадратичним критерієм з використанням лінійних квадратичних регуляторів (LQR) [10]. У даній роботі основна увага приділена другому підходу. Мінімізація квадратичного критерію є одним з методів, зручним для визначення структури керування зі зворотним зв'язком за станом для лінійних багатовимірних систем. Використовуючи цей підхід, можна поширити класичні результати оптимального керування для локальних моделей загальної афінної ТС-моделі.

Як вже було зазначено, застосування нечітких ТС-моделей є одним з напрямків рішення загальної проблеми моделювання нелінійної системи з застосуванням декомпозиції загальної моделі на сукупність більш простих (локальних) лінійних моделей. Такий підхід дає ефективні засоби представлення невизначеності, пов'язаної із завданням декомпозиції, що дозволяють врахувати зв'язки між лінійними підсистемами і об'єднати знання різних типів. В цьому випадку нечітку ідентифікацію можна розглядати як задачу декомпозиції системи.

Розглянемо метод субоптимального PDC-керування зі зворотним зв'язком за станом, де закон керування визначається тільки для кожної з лінійних підмоделей. На рис. 1 наведено загальну схему нечіткого PDC-керування.

Дослідимо особливості побудови законів LQR-керування для дискретних афінних ТС-моделей, що становлять основу PDC-схеми, наведеної на рис. 1.

Розглянемо модель в просторі станів, яка відповідає нелінійній системі в дискретному часі наступного виду (для спрощення позначення $X(k)$ замінено на x_k):

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k), \quad (1)$$

де $k = 0, 1, \dots, N$ – дискретний час; x_k – вектор стану в момент k ; u_k – вектор керування в момент k ; x_0 – початкові умови.

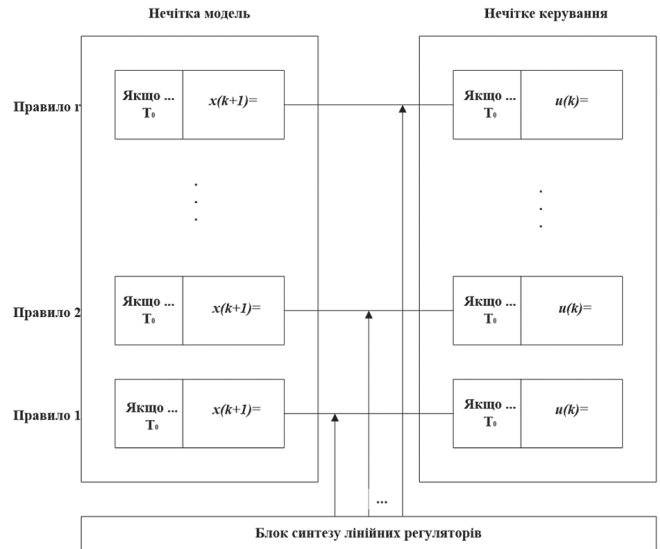


Рис. 1. Загальна схема нечіткого PDC-керування

Припустимо, що система (1) апроксимується нечіткою афінною ТС-моделлю, що складається з логічно пов'язаних дискретних лінійних підмоделей виду:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + d_k; \quad (2)$$

$$y_k = C_k x_k,$$

де u_k – вектор виходу; A_k, B_k, C_k – матричні коефіцієнти; d_k – векторний коефіцієнт афінної моделі.

Визначення оптимального керування по лінійним підмоделям з мінімізацією квадратичного критерію може здійснюватися за допомогою різних підходів (наприклад, динамічне програмування і принцип максимуму Понтрягіна, засновані на варіаційних методах [19]). Далі ми приділимо увагу другому підходу. У цьому контексті важливим завданням синтезу LQR-регулятора є знаходження закону керування, що дозволяє для лінійної афінної підсистеми, що описується рівнянням (2) з початковим станом, мінімізувати наступний квадратичний критерій

$$J = 0.5 x_N^T S_N x_N + 0.5 \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k), \quad (3)$$

де S_k, Q_k – симетричні позитивно напіввизначені матриці; R_k – симетрична позитивно визначена матриця.

Матриця S_k зважає кінцевий стан, Q_k – еволюцію станів і R_k – енергію керування. В процесі оптимізації критерій має сходиться, а підсистема (2) повинна бути стійкою. Метою оптимізації є отримання послідовності керувань u_0, u_1, \dots, u_{N-1} , яка мінімізує (3). В цьому випадку гамільтоніан задається таким чином:

$$H(x_k, u_k, \lambda_{k+1}) = \frac{1}{2} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k) + \lambda_{k+1}^T (A_k x_k + B_k u_k + d_k). \quad (4)$$

Відповідно до теорії оптимального керування, заснованої на варіаційному численні, розглянемо такі рівняння:

Рівняння станів:

$$x_{k+1} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_{k+1}} = A_k x_k + B_k u_k + d_k; \quad (5)$$

Рівняння коефіцієнтів:

$$\lambda_k^* = \frac{\partial H}{\partial x_k} = Q_k x_k^* + A_k^T \lambda_{k+1}^*; \quad (6)$$

Рівняння стаціонарності:

$$\frac{\partial H}{\partial u_k} = R_k u_k^* + B_k^T \lambda_{k+1}^*. \quad (7)$$

Згідно з (7), закон оптимального керування в розімкнутому контурі набуде вигляду:

$$u_k^* = -R_k^{-1} B_k^T \lambda_{k+1}^*. \quad (8)$$

Відзначимо, що можливість інверсії матриці R_k обумовлюється її позитивною визначеністю. Підставляючи u_k^* в рівняння станів (5), отримуємо:

$$x_{k+1}^* = A_k x_k^* - B_k R_k^{-1} B_k^T \lambda_{k+1}^* + d_k. \quad (9)$$

Для випадку, коли кінцевий стан є вільним, відповідна умова контуру визначається наступним чином:

$$\lambda_N = \frac{\partial}{\partial x_N} (0.5 x_N^T S_N x_N) = S_N x_N. \quad (10)$$

Для отримання закону оптимального керування в замкнутому контурі необхідно представити функцію λ_{k+1}^* в оптимальному керуванні (8) термами функції станів. Кінцева умова при цьому характеризується присутністю афінного терма в рівнянні стану (5), який будемо задавати наступним чином:

$$\lambda_k^* = P_k x_k^* + q_k, \quad (11)$$

де матриця P_k і вектор q_k мають бути заздалегідь визначені.

Підставляючи (11) в рівняння станів (9), з урахуванням (6) отримуємо:

$$P_k x_k^* + q_k = Q_k x_k^* + A_k^T (P_{k+1} x_{k+1}^* + q_{k+1}); \quad (12)$$

$$x_{k+1}^* = A_k x_k^* - B_k R_k^{-1} B_k^T (P_{k+1} x_{k+1}^* + q_{k+1}) + d_k. \quad (13)$$

З (13) випливає, що:

$$x_{k+1}^* = \left(I + B_k R_k^{-1} B_k^T P_{k+1} \right)^{-1} \times \left(A_k x_k^* - B_k R_k^{-1} B_k^T q_{k+1} + d_k \right), \quad (14)$$

де I – одинична матриця.

Підставляючи (14) в (12), отримуємо:

$$P_k x_k^* + q_k = Q_k x_k^* + A_k^T P_{k+1} \times \left(\left(I + B_k R_k^{-1} B_k^T P_{k+1} \right)^{-1} \left(A_k x_k^* - B_k R_k^{-1} B_k^T q_{k+1} + d_k \right) \right) + A_k^T q_{k+1}. \quad (15)$$

Здійснимо верифікацію рівняння (15) (для всіх x_k) для двох наступних відносин:

$$P_k = Q_k + A_k^T P_{k+1} (I + B_k R_k^{-1} B_k^T P_{k+1})^{-1} A_k; \quad (16)$$

$$q_k = A_k^T P_{k+1} \left(I + B_k R_k^{-1} B_k^T P_{k+1} \right)^{-1} + A_k^T q_{k+1}. \quad (17)$$

Вираз (16) відповідає матричному різницевою рівнянню Ріккати (DRE – Difference Riccati Equation).

Кінцева умова рішення (16) отримується відповідно до (10) і (11) у вигляді:

$$P_N = S_N; \quad q_N = 0. \quad (18)$$

У рівнянні (16) терм P_{k+1} знаходиться в правій частині, а $-P_k$ в лівій частині, що вимагає реалізації ітеративного рішення зі зростанням індексу часу з урахуванням фінальної умови (18). Аналогічна процедура використовується і для розрахунку q_k . Оскільки рекурсивні відносини визначені в інверсному часі, то практична реалізація керування, що здійснюється за виразами (8) і (11), вимагає перерахунку матриці P_k і вектора q_k для всіх моментів часу розглянутого горизонту. Це викликає необхідність проведення обчислень і запам'ятовування всіх результатів перед кожною зміною задавального впливу. Очевидно, що це є істотним обмеженням для використання комп'ютерів в контурі керування.

Таким чином, доцільно для більшості практичних технічних додатків розглядати нескінченний горизонт оптимізації (або, принаймні, дуже великий по відношенню до шкали часу даних фізичних процесів). Критерій мінімізації при цьому матиме такий вигляд:

$$J = 0.5 \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q_k x_k + u_k^T R_k u_k). \quad (19)$$

У разі стаціонарної системи ($A_k = A$, $B_k = B$, $d_k = d$, $C_k = C$) і при виконанні вимог до матриць Q та R можна показати, що рекурентні рівняння (16) і (17) сходяться до єдиних обмежених рішень P та q відповідно, якщо підмодель є керованою. В цьому випадку отримуємо:

$$P = Q + A^T P (I + B R^{-1} B^T P)^{-1} A. \quad (20)$$

Використовуючи лему про матричну інверсію:

$$(M_1 + M_2 M_3 M_4)^{-1} M_1^{-1} M_1^{-1} M_2 \times (M_3^{-1} + M_4 M_1^{-1} M_2)^{-1} M_4 M_1^{-1}, \quad (21)$$

з $M_1 = I$; $M_2 = B$; $M_3 = R^{-1}$; $M_4 = B^T P$ отримуємо алгебраїчне дискретне рівняння Ріккати (DARE – Discrete Algebraic Riccati Equation):

$$A^T P A - P - (A^T P B) (R + B^T P B)^{-1} (B^T P A) + Q = 0. \quad (22)$$

Для вектора q , відповідно до (17), після рішення рівняння (22) отримуємо:

$$q = \left(I + A^T P (I + B R^{-1} B^T P)^{-1} B R^{-1} A^T \right)^{-1} \times \left(A^T P (I + B R^{-1} B^T P)^{-1} \right). \quad (23)$$

Це рівняння можна представити у вигляді:

$$q = (G + FE)^{-1} Fd, \quad (24)$$

де $E = B R^{-1} B^T$; $F = A^T P (I + EP)^{-1}$; $G = I - A^T$.

Згідно з оптимальним керуванням (8) і рівнянням (11) отримуємо:

$$u_k^* = -R^{-1}B^T(Px_{k+1}^* + q) = -R^{-1}B^T(P(Ax_k^* + Bu_k^* + d) + (G + FE)^{-1}Fd), \quad (25)$$

що призводить до наступного оптимального керування у замкнутому контурі:

$$u_k^* = -(Kx_k + Nd), \quad (26)$$

де

$$K = (R + B^T PB)^{-1} B^T PA;$$

$$N = (R + B^T PB)^{-1} B^T (P + (G + FE)^{-1} F).$$

З огляду на, що нечіткий регулятор PDC використовує ті ж нечіткі набори, що і модель Такагі-Сугено, в ньому застосовуються ті ж функції належності. Для нечіткої афінної дискретної моделі ТС реалізація нечіткого регулятора PDC полягає у визначенні для $i=1,2,\dots,r$ правил моделі, коефіцієнтів зворотного зв'язку K_i і складових в частині висновків N_i відповідно до (26), використовуючи такі правила R^i :

$$\text{«Якщо } z_1(k) \in M_1^i \text{ і } \dots \text{ і } z_p(k) \in M_p^i, \quad (27)$$

то: $u(k) = -(K_i x(k) + N_i d)$ », де p – кількість правил.

Вихід нечіткого регулятора формується таким чином:

$$u(k) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(k))(K_i x(k) + N_i d), \quad (28)$$

де

$$h_i(z(k)) = \frac{w_i(z(k))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(k))}.$$

Для всіх k мають виконуватися такі умови активації функцій належності:

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(k)) = 1; w_i(z(k)) \geq 0. \quad (29)$$

Загальна схема керування з регулятором типу PDC для лінійних афінних підмоделей наведена на рис. 2.

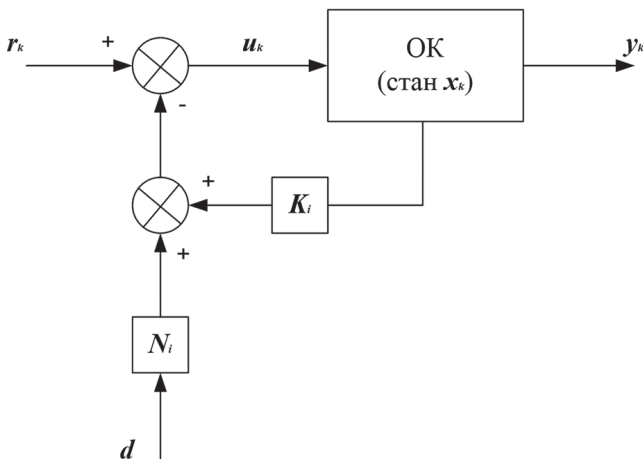


Рис. 2. Схема нечіткого PDC-керування за станом для лінійних підмоделей

З огляду на властивості матриць S , Q та R можна стверджувати, що рішення рівняння Ріккати є симетричним.

Треба також зазначити, що вираз (16) є узагальненням алгоритму оптимального керування за

квадратичним критерієм (LQR) для лінійних афінних систем виду (2). Дійсно, в разі $d=0$ отримуємо стандартне рівняння алгебри Ріккати для дискретного часу.

2. Системи PDC-керування з компенсацією статичних помилок

Отримані результати дозволяють розрахувати закон оптимального керування для кожної з локальних афінних моделей ТС. Глобальний закон керування типу PDC можна отримати шляхом дефазифікації нечіткої моделі. В цьому випадку не завжди можна гарантувати оптимальність результатів глобального керування. До сих пір розглядався загальний випадок керування для лінійних афінних моделей незалежно від типу регулятора. Недоліком багатьох структур керування є наявність статичних помилок у разі ненульових задавальних вхідних значень. Це дуже небажано для практичних застосувань, для яких задавальні впливи мають ефективно відпрацьовуватися. Розглянемо в першу чергу випадок компенсації помилок шляхом відповідного вибору статичного коефіцієнта і введенням в систему цифрових інтеграторів. Розглянемо алгоритм керування, що дозволяє компенсувати статичні помилки при постійних значеннях збуджуючих сигналів, який передбачає використання відповідного вибору статичних коефіцієнтів для підмоделей.

З урахуванням оптимального керування (26), додаючи задавальний вплив, отримуємо:

$$u_k = Lr_k - (Kx_k + Nd), \quad (30)$$

де r_k – вхідний задавальний сигнал; L – матриця компенсуючих коефіцієнтів; N – матриця, яку асоціюють з вектором взаємозв'язків d .

Підставляючи (30) в рівняння динаміки (2), а потім визначаючи Z -перетворення для нульових початкових умов, отримуємо наступне операторне рівняння для виходу підмоделі:

$$Y(z) = C(zI - A + BK)^{-1} BLr(z) + Cz^{-1}d. \quad (31)$$

Очевидно, що для отримання нульової статичної помилки при постійному значенні задавального сигналу треба компенсувати складову, пов'язану з впливом d . Для цього додамо матричну складову V в рівняння керування (30):

$$u_k = Lr_k - (Kx_k + (N + V)d). \quad (32)$$

У цьому випадку застосування Z -перетворення для нульових початкових умов призводить до наступного операторного рівняння для виходу підмоделі:

$$Y(z) = C(zI - A + BK)^{-1} (BLr(z) - (BN + BV - I)d). \quad (33)$$

Для постійного значення $r_k = r$ важливим завданням керування є отримання нульової статичної помилки:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_k = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)Y(z) = r. \quad (34)$$

Відповідно до (33) та (34) отримуємо:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_k = r = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)C(zI - A + BK)^{-1} \left(BL \frac{rz}{z-1} - \left(BN + BV - I \frac{dz}{z-1} \right) \right), \quad (35)$$

звідки випливає, що:

$$r = C(I - A + BK)^{-1} (BLr - (BN + BV - I)d). \quad (36)$$

Для отримання нульової статичної помилки еволюція (36) вимагає виконання наступних умов:

$$L = (MB)^{-1}; \quad M(BN + BV - I)d = 0, \quad (37)$$

де $M = C(I - A + BK)^{-1}$.

З урахуванням розмірностей матриць A , B , C , K матриця MB може бути інвертована лише за умови, що підмоделі мають однакову розмірність входів та виходів, тобто $p = m$, і що результуюча матриця не є особливою. Оскільки розглянута структура забезпечує стійкість контуру підмоделі, то коректність цієї умови передбачає можливість виконання обчислень з використанням матричних рівнянь (37).

З другої умови (37) випливає, що:

$$V = LM - N. \quad (38)$$

Підставляючи (38) в (32), отримуємо наступну модифікацію закону керування:

$$u_k = Lr_k - (Kx_k + Td), \quad (39)$$

де $T = LM = (MB)^{-1}M$.

Для нечіткої афінної дискретної ТС-моделі синтез нечіткого PDC-регулятора з компенсуючим статичним коефіцієнтом полягає у визначенні правил моделі; коефіцієнтів компенсації; коефіцієнтів зворотного зв'язку і коефіцієнтів для подальшого формування висновків відповідно до (39), використовуючи правила такого вигляду:

$$\text{«Якщо } z_1(k) \in M_1^i \text{ і } \dots \text{ і } z_p(k) \in M_p^i, \quad (40)$$

$$\text{то: } u(k) = L_i r(k) - (K_i x(k) + T_i d)\text{»},$$

де p – кількість правил.

Таким чином, остаточний закон керування, що формується досліджуванним нечітким регулятором, має наступний вигляд:

$$u(k) = \sum_{i=1}^r h_i(z(k)) (L_i r(k) - (K_i x(k) + T_i d)), \quad (41)$$

$$\text{де } h_i(z(k)) = \frac{w_i(z(k))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(k))}.$$

З урахуванням рівняння (41) загальна структура розподіленого PDC-керування з компенсуючим статичним коефіцієнтом для лінійних афінних підмоделей може бути представлена схемою, що наведено на рис. 3.

Рівняння (38) дозволяє розраховувати закон керування, що компенсує статичні помилки тільки для постійних значень задавальних сигналів. Однак при

наявності параметричних змін у ТС-моделі виникає необхідність компенсації помилок для змінних значень задаючих сигналів, що вимагає ускладнення структури керування.

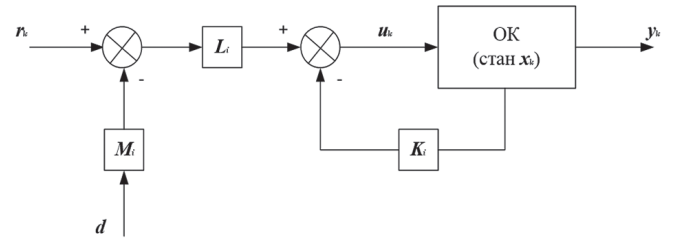


Рис. 3. Схема PDC-керування з компенсуючим статичним коефіцієнтом для лінійних нечітких підсистем

Підвищити ефективність (з точки зору компенсації помилок для змінюваних значень задавальних сигналів) PDC-керування можна введенням в структуру системи цифрових інтеграторів і наступним обчисленням коефіцієнтів регулятора для кожної з афінних підмоделей. Використовуючи для цифрового інтегрування метод прямокутників, отримуємо рівняння такого вигляду:

$$v_{k+1} = v_k + T_e \cdot e_k = v_k + T_e \cdot (r_k - y_k) \quad (42)$$

де T_e – період дискретизації; e_k – вектор помилок між задавальним сигналом r_k і вимірюванням виходу y_k .

Якщо система керування містить p входів і m виходів, то в разі $p \leq m$ кожен додатковий вихід будемо асоціювати з одним інтегратором, щоб число задавальних впливів відповідало числу вимірюваних виходів. З урахуванням вектора v_k з (42) для кожної з підмоделей отримуємо розширені рівняння стану:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{[n \times n]} & 0_{[n \times p]} \\ \bar{C}_{[p \times n]} & I_{[p \times p]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{[n \times m]} \\ 0_{[p \times m]} \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} d \\ \bar{r}_k \end{bmatrix}; \quad (43)$$

$$[y_k] = \begin{bmatrix} C_{[p \times n]} & 0_{[p \times p]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix},$$

$$\text{де } \bar{C} = -T_e \cdot C; \quad \bar{r}_k = T_e \cdot r_k.$$

У рівняннях (43) індекси матриць відповідають їх розмірностям. Представимо ці рівняння в наступному вигляді:

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{A} \tilde{x}_k + \tilde{B} u_k + \tilde{d}; \quad \tilde{y}_k = \tilde{C} \tilde{x}_k, \quad (44)$$

де матриці \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{d} , \tilde{C} та вектори \tilde{x}_k , \tilde{y}_k мають таку структуру:

$$\begin{cases} \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ \bar{C} & I \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{d} = \begin{bmatrix} d \\ \bar{r}_k \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \quad 0] \\ \tilde{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix}, \quad \tilde{y}_k = [y_k] \end{cases}$$

Завдання керування полягає в мінімізації квадратичного функціоналу такого вигляду:

$$\tilde{J} = 0.5 \sum_{k=0}^{\infty} (\tilde{x}_k^T \tilde{Q} \tilde{x}_k + u_k^T R u_k), \quad (45)$$

де \tilde{Q} , – симетрична позитивно напіввизначена матриця; R – симетрична позитивно визначена матриця.

Очевидно, що критерій (45) має бути збіжним, щоб підсистема (44) була стійкою. При цьому структура матриці \tilde{Q} має наступний вигляд:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q_{[n \times n]} & 0_{[n \times p]} \\ 0_{[p \times n]} & Q_v_{[p \times p]} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

З урахуванням (46) критерій \tilde{J} представимо в такому вигляді:

$$\tilde{J} = 0.5 \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q x_k + v_k^T Q_v v_k + u_k^T R u_k). \quad (47)$$

Таким чином, для розширеної системи (44) можна розрахувати оптимальне керування u_k^* , що мінімізує квадратичний критерій (47) відповідно до процедури, подібної раніше розглянутій процедурі (26). Для кожної з підсистем (в замкнутому циклі) оптимальне керування визначається наступним чином:

$$u_k^* = -(\tilde{K} \tilde{x}_k + \tilde{N} \tilde{d}) = \tilde{L} \tilde{r}_k - (\tilde{K} x_k + \tilde{K}_v v_k + \tilde{N} d). \quad (48)$$

Відзначимо, що в рівнянні (48) матриці \tilde{K} і \tilde{N} не відповідають однозначно матрицям K і N , отриманим в рівнянні (26) для синтезу системи керування без додаткових інтеграторів. З іншого боку, матриці \tilde{K} і \tilde{N} , а також розширений вектор стану і вектор задавальних впливів з урахуванням взаємозв'язків декомпонуються відповідно наступним чином: $\tilde{K} = [\tilde{K} \quad \tilde{K}_v]$; $\tilde{N} = [\tilde{N} \quad -\tilde{L}]$; $\tilde{x}_k = [x_k \quad v_k]^T$; $\tilde{d} = [d \quad \tilde{r}_k]^T$.

Для розрахунку оптимального керування u_k^* , що компенсує статичні помилки (між задавальним сигналом і вимірюваним виходом) для кожної з підмоделей, описуваних розширеним рівнянням стану (44), пропонується наступний алгоритм:

1. Визначаємо матрицю рішення рівняння Ріккати (DARE):

$$\tilde{A}^T \tilde{P} \tilde{A} - \tilde{P} - (\tilde{A}^T \tilde{P} \tilde{B}) \times \\ \times (R + \tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{B})^{-1} (\tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{A}) + \tilde{Q} = 0. \quad (49)$$

2. Визначаємо матриці \tilde{E} , \tilde{F} та \tilde{G} :

$$\begin{cases} \tilde{E} = \tilde{B} R^{-1} \tilde{B}^T \\ \tilde{F} = \tilde{A}^T \tilde{P} (I + \tilde{E} \tilde{P})^{-1} = \tilde{A}^T (\tilde{P}^{-1} + \tilde{E})^{-1} \\ \tilde{G} = I - \tilde{A}^T \tilde{P} \end{cases} \quad (50)$$

3. З урахуванням (49) і (50) отримуємо закон керування:

$$u_k^* = -(\tilde{K} \tilde{x}_k + \tilde{N} \tilde{d}), \quad (51)$$

де
$$\begin{cases} \tilde{K} = (R + \tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{B})^{-1} \tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{A} \\ \tilde{N} = (R + \tilde{B}^T \tilde{P} \tilde{B})^{-1} \tilde{B}^T (\tilde{P} + (\tilde{G} + \tilde{F} \tilde{E})^{-1} \tilde{F}) \end{cases}$$

Беручи до уваги (48), можна стверджувати, що отримання оптимального керування для афінних дискретних підмоделей полягає у визначенні зворотного зв'язку за станом $-\tilde{K} x_k$, компенсації складової взаємозв'язків $-\tilde{N} d$, складової $\tilde{L} r_k$, пов'язаної

з задавальним сигналом та інтегруючим впливом $-\tilde{K}_v v_k$, що компенсує неузгодженість між заданою дією і вимірюваним виходом. За аналогією з класичним цифровим ПІ-регулятором отриманий результат може бути представлений як закон багатовимірного ПІ-керування з компенсацією взаємозв'язків між підсистемами. Для нечіткої афінної дискретної ТС-моделі реалізація нечіткого PDC-регулятора з інтегруючою складовою полягає у визначенні (для $i=1,2,\dots,r$) правил моделі коефіцієнтів \tilde{K}_i і \tilde{N}_i для розширеної системи (44) з подальшим формуванням висновків відповідно до (51), використовуючи правила такого вигляду:

$$\text{«Якщо } z_1(k) \in M_1^i \text{ і } \dots \text{ і } z_p(k) \in M_p^i, \quad (52)$$

$$\text{то: } u(k) = -(\tilde{K}_i \tilde{x}(k) + \tilde{N}_i \tilde{d})\text{»},$$

де p – кількість правил.

Таким чином, остаточний закон керування, що формується досліджуваным нечітким регулятором з інтегруванням, має наступний вигляд:

$$u(k) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(k)) (\tilde{K}_i \tilde{x}(k) + \tilde{N}_i \tilde{d}), \quad (53)$$

де
$$h_i(z(k)) = \frac{w_i(z(k))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(k))}$$

З урахуванням рівняння (48) загальна структура розподіленого PDC-керування з додатковою інтегруючою складовою для лінійних афінних підмоделей може бути представлена схемою, наведеною на рис.4.

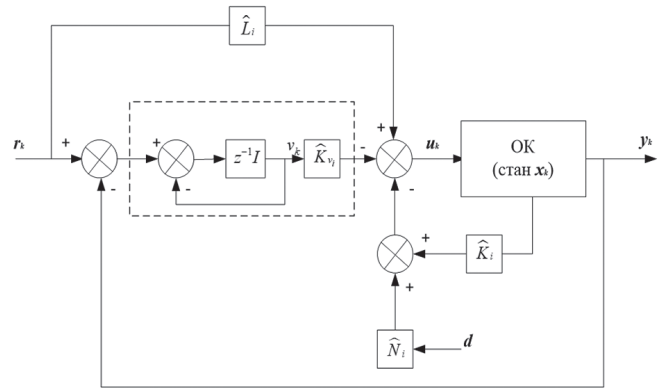


Рис. 4. Схема PDC-керування з додатковим інтегратором

3. Визначення вагових матриць нечіткої системи PDC-керування

Очевидно, що значення матриць \tilde{K}_i і \tilde{N}_i в законі керування (51) залежать від вибору матриць матриці \tilde{Q} і R , які задаються априорі. Щоб зважувати розширений стан \tilde{x}_k і вхід u_k , ці дві матриці мають бути позитивно визначеними.

Щоб спростити перевірку позитивності \tilde{Q} і R , доцільно вибрати їх з класу діагональних матриць з позитивними елементами головної діагоналі:

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n); \quad R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_m). \quad (54)$$

При цьому: чим більше q_i , тим швидше сходиться до нуля відповідна змінна \tilde{x}_i ; чим більше r_j , тим менше амплітуда відповідного керування u_j .

Якщо i -й елемент j -й елемент приймають відповідно максимально допустимі значення $\max(\tilde{x}_i)$ та $\max(u_j)$, то вибір q_i та r_j можна здійснювати наступним чином:

$$q_i = (1/\max(\tilde{x}_i))^2; r_j = (1/\max(u_j))^2. \quad (55)$$

Слід зазначити, що даний метод вибору структури керування передбачає, що зміни задають впливів здійснюються стрибкоподібно. Якщо закон керування використовується для здійснення автоматичного регулювання (з програмною зміною значень задавальних впливів), настройка системи істотно ускладнюється. Налаштування матриць \tilde{Q} і R , що входять в квадратичний критерій, має враховувати компроміс між амплітудами керувань і загальною якістю контуру керування. Наприклад, підвищення значень коефіцієнтів матриці R по відношенню до значень коефіцієнтів матриці \tilde{Q} штрафувє входи, але в той же час це призводить до ослаблення зважування помилок. Крім того, компенсація за можливі збурення може стати дуже повільною по відношенню до потенційних поліпшень показників якості обраної структури керування.

Для забезпечення ефективного функціонування системи в розглянутих випадках можна ввести в структуру керування різницеву модель, входом якої є вектор задавальних впливів r_k , а вихід відображає бажану еволюцію зміни вектора u_k керуваного процесу. Це дозволить розділити завдання вибору елементів контуру зворотного зв'язку і завдання забезпечення якості регулювання.

Цікавою перспективою продовження проведених досліджень є також аналіз стійкості для системи, що використовує нечітке керування по дискретній ТС-моделі.

4. Моделювання нечіткого цифрового регулятора для PDC-керування ГПА

Для моделювання системи нечіткого керування ГПА КС з використанням ТС-моделі використовувалися можливості пакета для моделювання динамічних систем Simulink і пакета синтезу нечітких систем управління Fuzzy Logic Toolbox.

Для різних діапазонів вихідного тиску (або ступеня стиснення газу) динамічні властивості ГПА можуть змінюватися (через нелінійність статичної залежності по каналу «швидкість обертів вала ГПА - вихідний тиск»). Згідно з алгоритмом нечіткої кластеризації, наведеним в [7], було проведено поділ загального діапазону зміни вихідного тиску на 5 інтервалів, що дозволило після вибору відповідних функцій належності сформувати 5 лінійних підсистем. Правила

визначення виходів для кожної з цих підсистем наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Таблиця виходів локальних підсистем нечіткої моделі ГПА

№ підсистеми	Вихід $y(k+1)$
1	$0,30y(k) + 0,99u(k) + 1,603$
2	$-0,258y(k) + 0,91u(k) + 1,078$
3	$-0,574y(k) + 0,97u(k) + 1,052$
4	$0,193y(k) + 0,905u(k) + 0,453$
5	$0,158y(k) + 0,9u(k) + 0,511$

На основі отриманої моделі та розглянутих вище алгоритмів PDC-керування було побудовано закон керування вихідним тиском ГПА типу (53).

Результати моделювання роботи системи при стрибкоподібній зміні величини задавального сигналу від 8,0 МПа до 8,5 МПа і подальшому її зниженні до 8,0 МПа підтвердив переваги запропонованої схеми нечіткого керування в порівнянні з ПІД-керуванням. Зміна режиму роботи ГПА здійснюється на верхньому рівні автоматизованої системи керування технологічними процесами компресорної станції.

Тестування нечіткого PDC-регулятора з додатковим інтегратором свідчить про можливість ефективної компенсації статичних помилок керування вихідними параметрами ГПА. Крім того, додаткові можливості підвищення якості цього керування може дати експериментальне налаштування матричних коефіцієнтів \tilde{Q} і R квадратичного критерію (45).

Висновки

У статті досліджено завдання розробки алгоритмів PDC-керування нелінійними об'єктами за станом з використанням дискретних локальних ТС-моделей. Розглянуто особливості синтезу систем PDC-керування. Запропоновано підхід до побудови схем PDC-регуляторів з компенсацією статичних помилок за рахунок введення в структуру системи керування цифрових інтеграторів і наступного обчислення коефіцієнтів регулятора для кожної з локальних моделей.

Наведено рекомендації по визначенню вагових коефіцієнтів квадратичного критерію керування.

Результати моделювання системи нечіткого PDC-керування газоперекачувальними агрегатами компресорних станцій з використанням ТС-моделі свідчать про переваги запропонованих нечітких регуляторів в порівнянні з ПІД-регуляторами.

Перспективними напрямками продовження проведених досліджень є аналіз стійкості для системи, що використовує нечітке PDC-керування, а також дослідження еквівалентності (на динамічному рівні) між нечіткою ТС-моделлю і нелінійною керуваною системою, що апроксимується.

Список літератури:

- [1] *Lozynskyy A.* Synthesis of fuzzy logic controller of nonlinear dynamic system with variable parameters / A. Lozynskyy, L. Demkiv // Computational problems of electrical engineering Vol. 6, No. 2, 2016, P. 91–98.
- [2] *Штовба С.Д.* Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику / С.Д. Штовба // [Електронний ресурс]: – Режим доступу: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php>
- [3] *Gorokhovatskyi V.A.* Employment of Intelligent Technologies in Multiparametric Control Systems / V.A. Gorokhovatskyi, A.A. Zamula // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016, Vol. 75, No 19. – P. 1775–1785.
- [4] *Takagi T.* Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Trans. Syst., Man and Cyber – 1985 – V. 15. – P. 116–132.
- [5] *G. S. Rao* Implementation of fuzzy logic controller in SHPF&TCR for power quality/ G. S. Rao and Y. R. Reddy: in 2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT), 2016, P. 2960–2964.
- [6] *Замула А. А.* Нечеткое моделирование при проектировании структуры интеллектуальной системы управления / А. А. Замула // Системы обработки информации. - 2016. - Вып. 1. - С. 81-85.
- [7] *Удовенко С.Г.* Керування агрегатами компресорної станції з використанням нечітких інверсних моделей / С.Г. Удовенко, Д.В. Келембет // Біоніка інтелекту. – 2018. – Вып. 2 (91). – С. 25-30.
- [8] *Milad G.* Design of fuzzy parallel distributed compensation controller for magnetic levitation system / G. Milad, A. Zohreh, D. Sanai, H. Masoud // Journal of Electrical and Electronics Engineering (IOSR - JEEE) – 2017. – Vol. 12 (4) –P. 20 – 28.
- [9] *Morteza S.* Performance-oriented parallel distributed compensation / S. Morteza, A. Markazi // Journal of the Franklin Institute. – 2010. – V. 348 (7). – P. 1231–1244.
- [10] *Shayanfar H.A.* Takagi-Sugeno fuzzy parallel distribution compensation based three-area LFC design / H.A. Shayanfar, H. Shayeghi, A. Jalili // International Journal on “Technical and Physical Problems Problems of Engineering”. – 2011. – V. 3 (8). – P. 55–64.

Надійшла до редколегії 22.10.2019